

# **Geometria e carte geografiche**

- Che forma ha la terra?

- *È una sfera....*

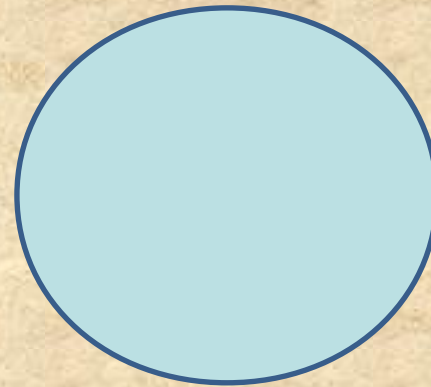
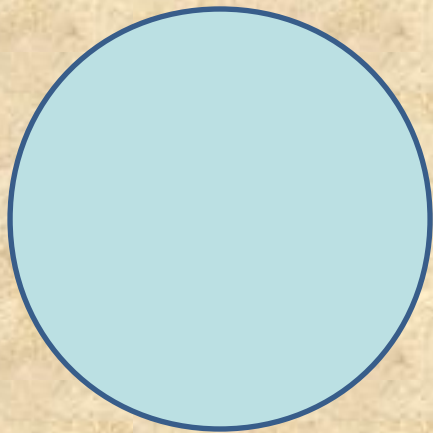


- E' una sfera *schacciata* ai poli
- Fu Newton a spiegare perché

- Se ne erano accorti alcuni scienziati francesi, già nel 1735
- Una spedizione avventurosa, in Perù, e una in Lapponia

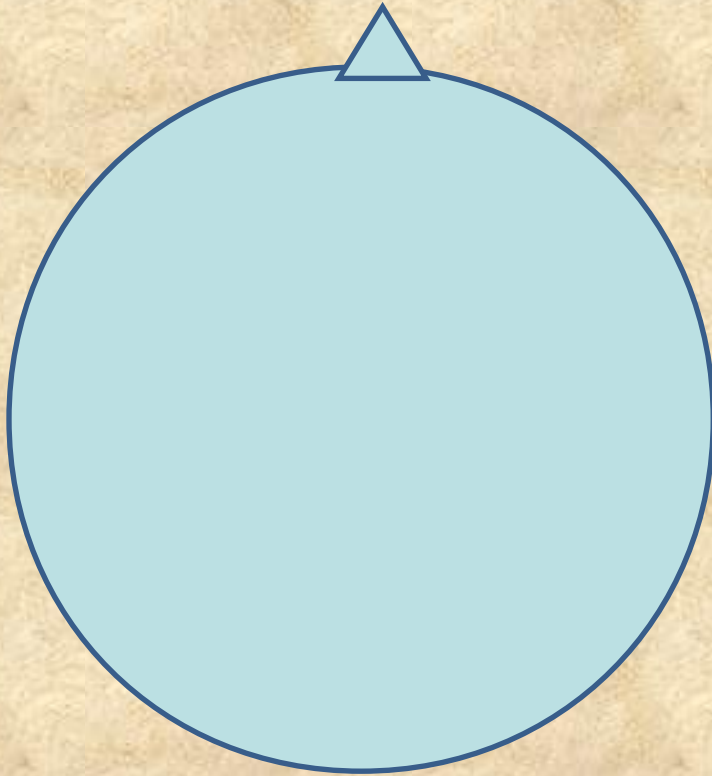
- “Quanto” schiacciata?
- “raggio equatoriale”:  
6.378.140 metri
- “raggio polare”: 6.356.755  
metri

Riusciamo a immaginarlo? Se la nostra terra è un pallone di raggio 10 centimetri, di quanto dobbiamo “schiacciarlo” ai poli per riprodurre lo schiacciamento della terra?



- Quanto viene “grande” una montagna come l’Everest sul nostro mappamondo, se rispettiamo la scala?





- Come abbiamo fatto a misurare la terra?
- Chi è stato il primo a misurare la terra?
- Cosa ci serve conoscere, se la terra è una sfera?

# Un po' di parole...

Centro

Raggio

Diametro

Sezione piana????

Angolo al centro

Arco

## **La misura del raggio terrestre, il metodo di Eratostene**

Pitagora e Aristotele sostengono che la terra è sferica  
Eratostene calcola la misura del raggio terrestre.

Dati in suo possesso:

Eratostene visse all'incirca tra il 276 e il 192 avanti Cristo, ed è considerato il fondatore della geodesia perché fu la prima persona a misurare il raggio della terra. Era venuto a conoscenza del fatto che ad Assuan- una località egiziana sul Nilo- il giorno del solstizio d'estate a mezzogiorno i raggi del sole si riflettevano in fondo ad un pozzo molto profondo; il sole era quindi esattamente perpendicolare alla superficie terrestre.

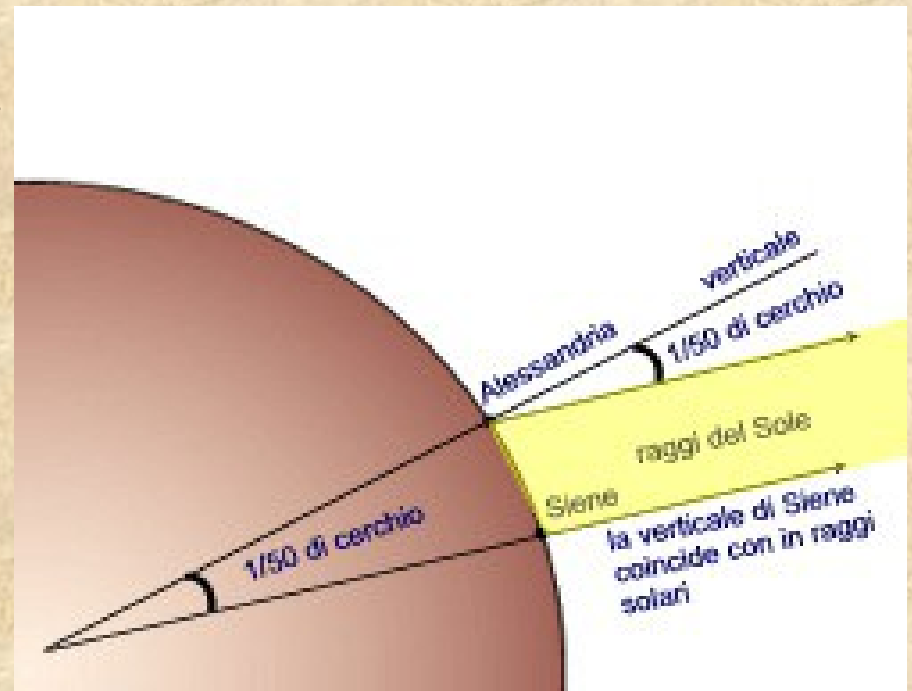
## La misura del raggio terrestre, il metodo di Eratostene

Pitagora e Aristotele sostengono che la terra è sferica  
Eratostene calcola la misura del raggio terrestre.

Dati in suo possesso:

Misurò quindi, alla stessa ora dello stesso giorno, l'angolo che i raggi del sole formavano con la verticale ad Alessandria d'Egitto, località che si trova sulla foce del Nilo sullo stesso meridiano di Assuan. Questo angolo era, secondo le sue misurazioni, di un cinquantesimo dell'angolo giro; cioè, diremmo adesso, di  $7^{\circ}12'$ .

## La misura del raggio terrestre, il metodo di Eratostene



Questo angolo è quindi uguale all'angolo al centro (della terra) che sottende l'arco di superficie che va da Alessandria ad Assuan.

## La misura del raggio terrestre, il metodo di Eratostene

Cercò quindi di misurare la distanza terrestre tra Alessandria e Assuan, (sono centinaia di km, dunque non era un problema semplice per quei tempi!) e venne a sapere che una carovana di cammelli impiegava 50 giorni di viaggio per andare da una località all'altra. Il cammello è un animale metodico e paziente, e Eratostene assunse che la sua velocità fosse costante e potesse percorrere 100 stadi (l'unità di misura della lunghezza usata dai greci di allora) al giorno; dunque la distanza tra Alessandria e Assuan era di 5.000 stadi.

## La misura del raggio terrestre, il metodo di Eratostene

*Ne concluse che il meridiano della terra ha una lunghezza totale di  $5000 \times 50 = 250.000$  stadi.*



*Eratostene è riuscito con questo  
metodo a calcolare con buona  
precisione la circonferenza della  
terra?*

*Non sappiamo  
esattamente quale  
unità di misura  
usava!*

# Facciamo la prova...

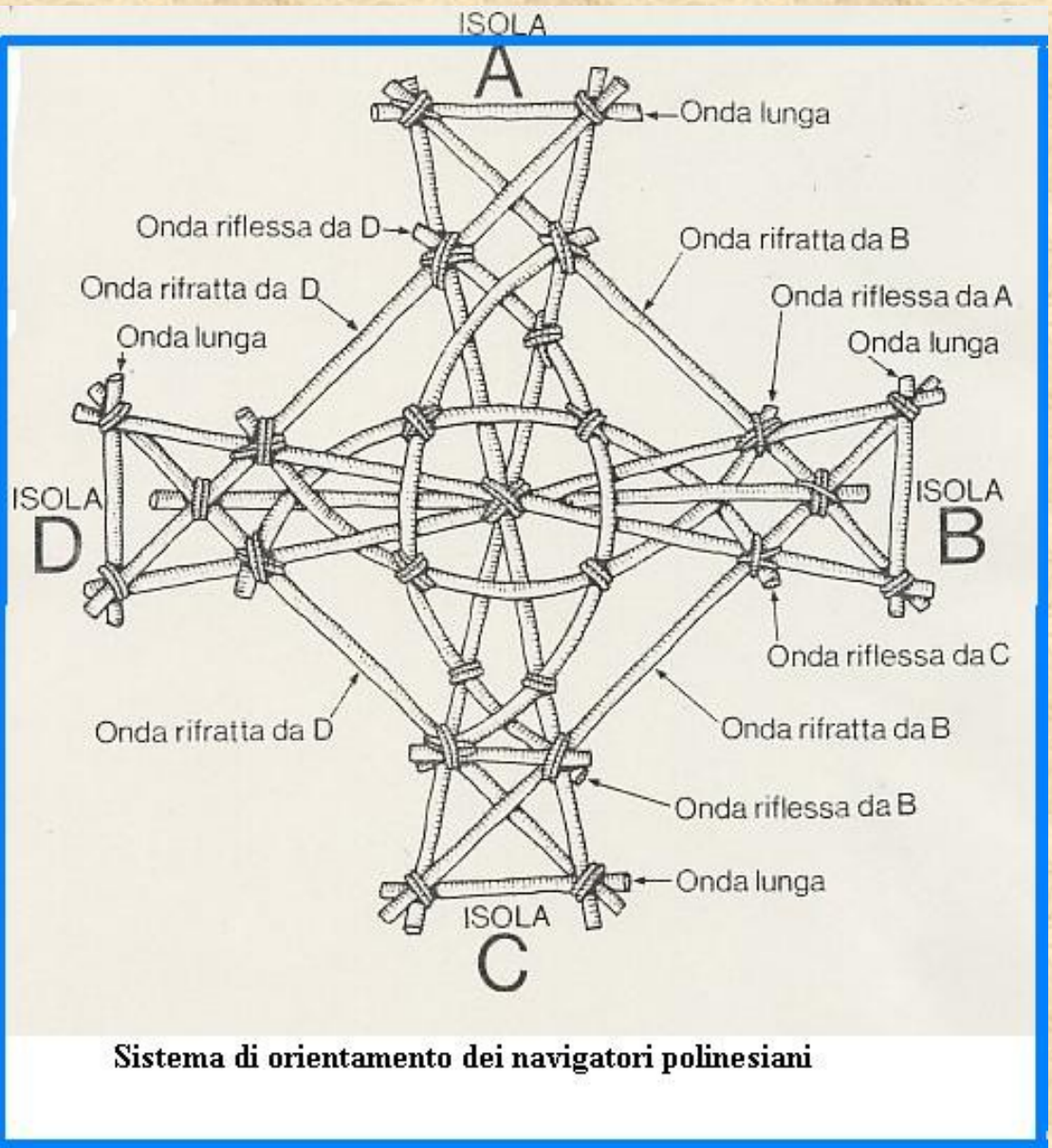
Se usava lo *stadio di Atene* di 185 metri...

Se usava lo *stadio di Olimpia* di 157,5 metri...

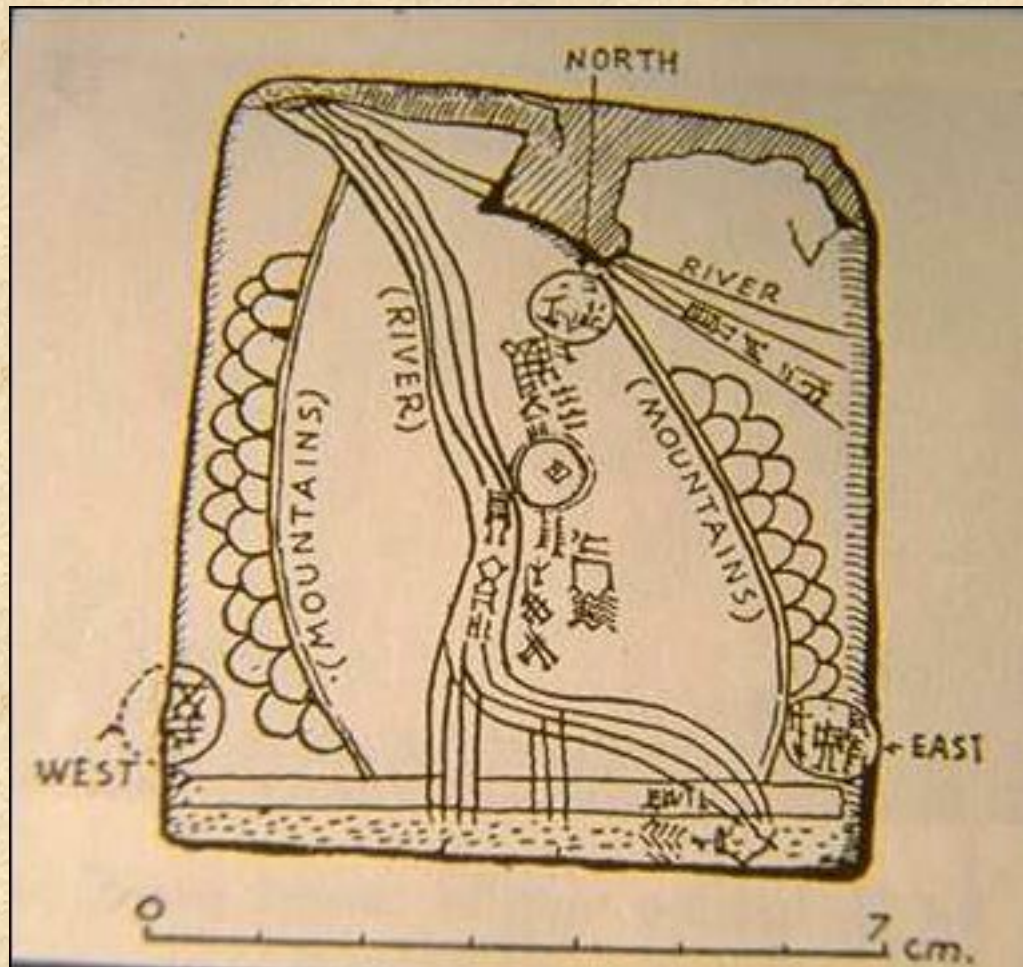
- Di quanto si è sbagliato?



**Bastone esquimese  
intagliato per rappre-  
sentare la costa**



**Sistema di orientamento dei navigatori polinesiani**



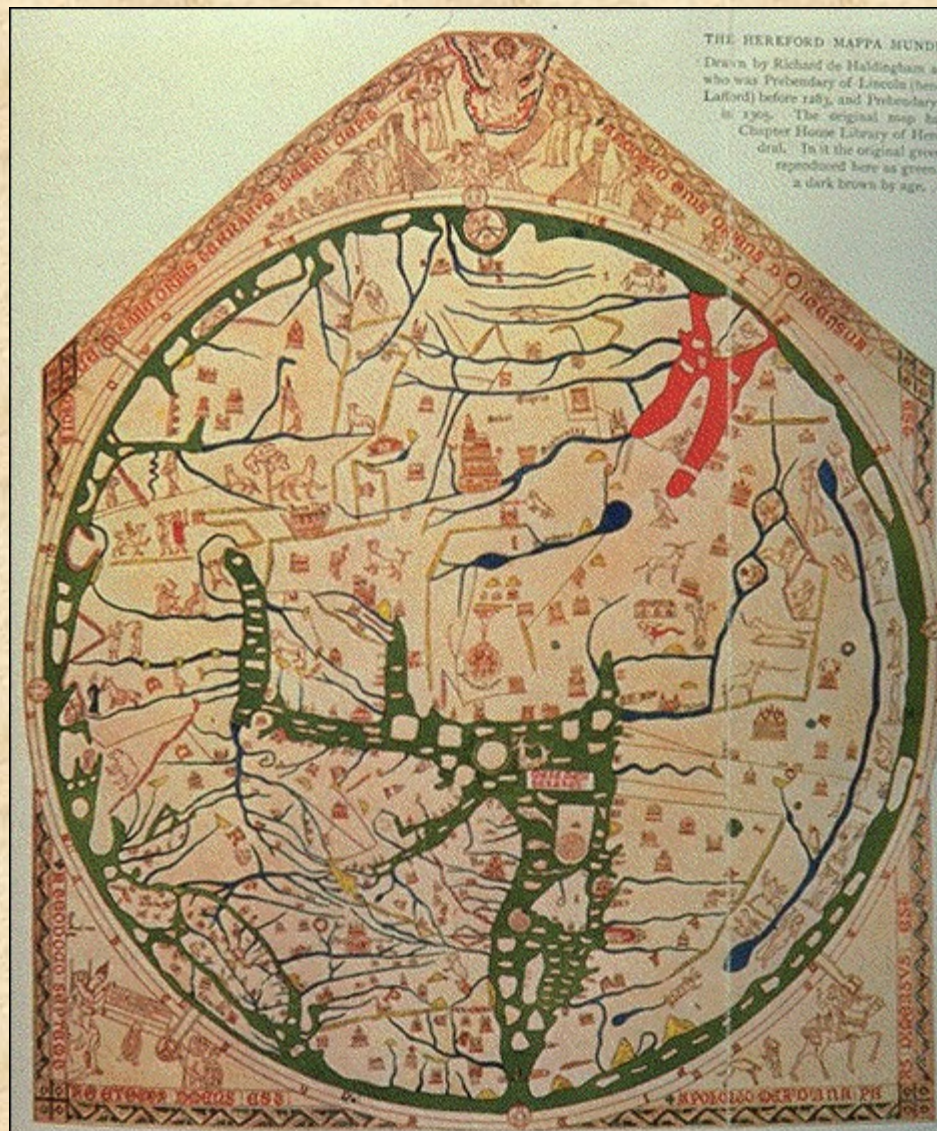


Guarnigione romana sul Nilo. Schizzo allegato al "Notitia Dignitatum", secolo IV d.C.



**La mappa del mondo di Ibn Sa'id del secolo XIII**





THE HEREFORD MAPPA MUNDI  
Drawn by Richard de Haldingham and  
who was Prebendary of Lincoln (hence  
Lafford) before 1283, and Prebendary of  
in 1300. The original map has  
Chapter House Library of Hereford  
drawn. In it the original green is  
reproduced here as green but  
a dark brown by age.

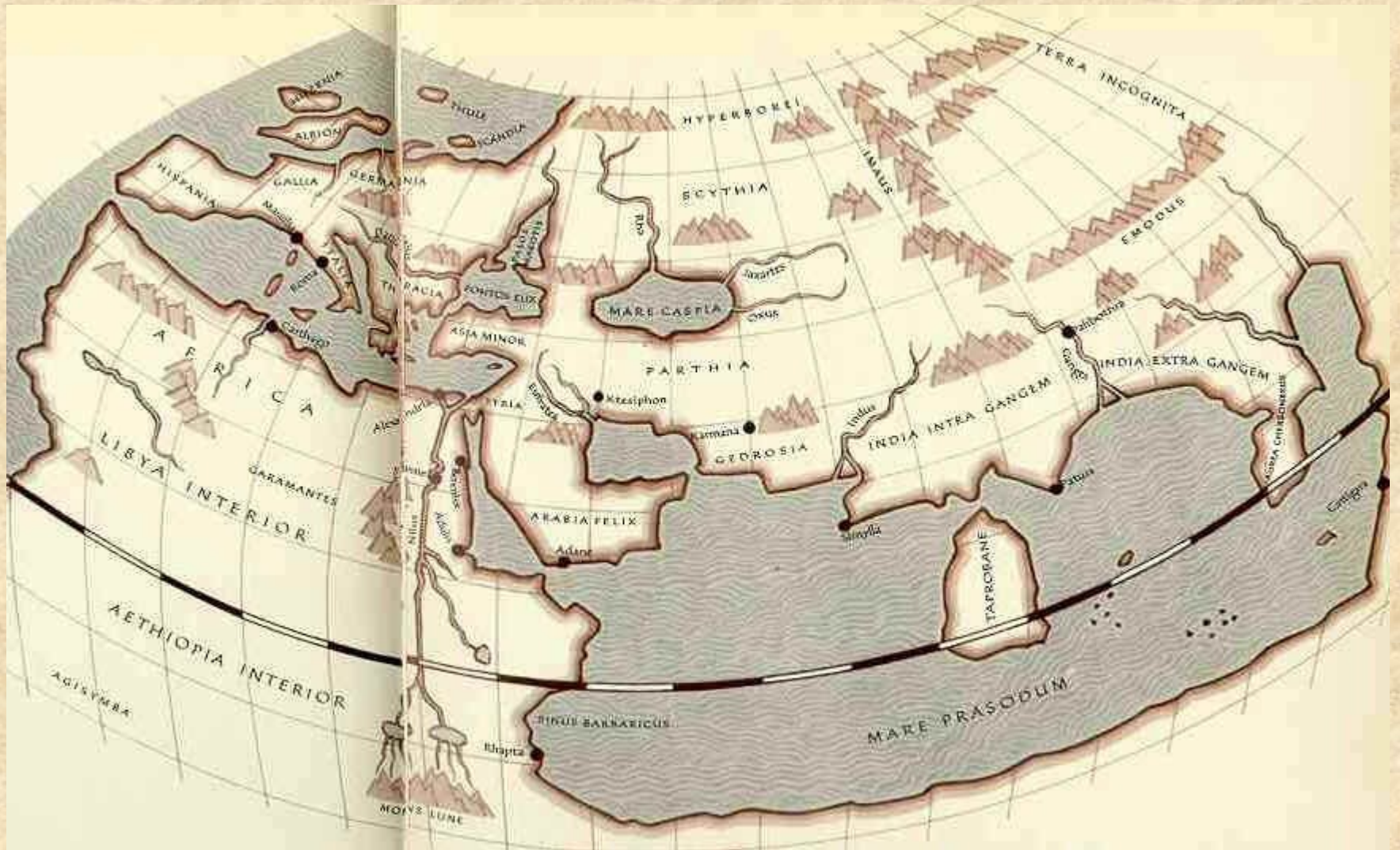
**La mappa di Hereford**



**La "Carta Pisana", seconda metà secolo XIII, cm. 50 x 1050, su pergamena, Bibliothèque Nationale, Parigi**

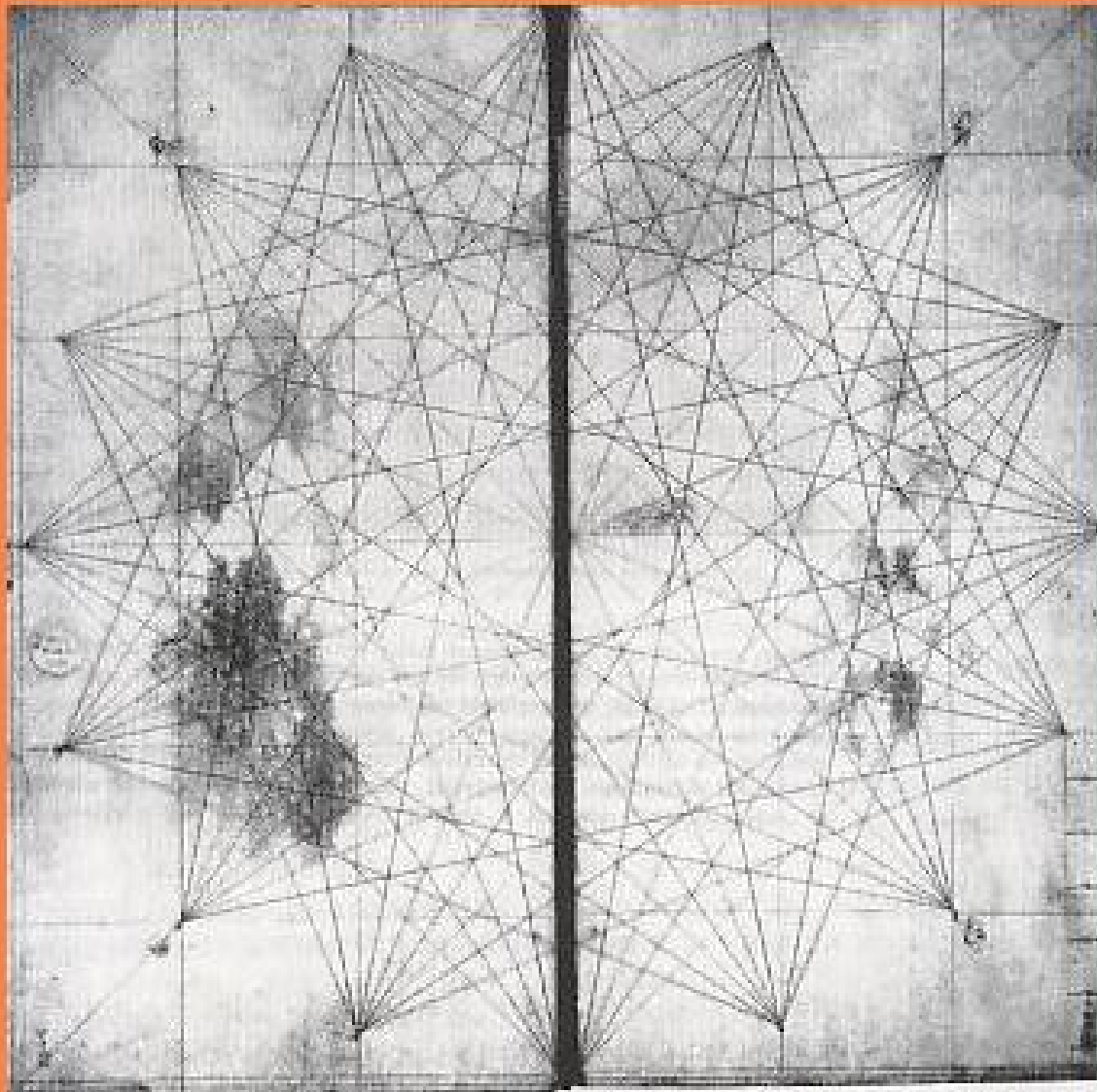


**La "Carta Genovese" del 1457. Biblioteca Nazionale, Firenze**

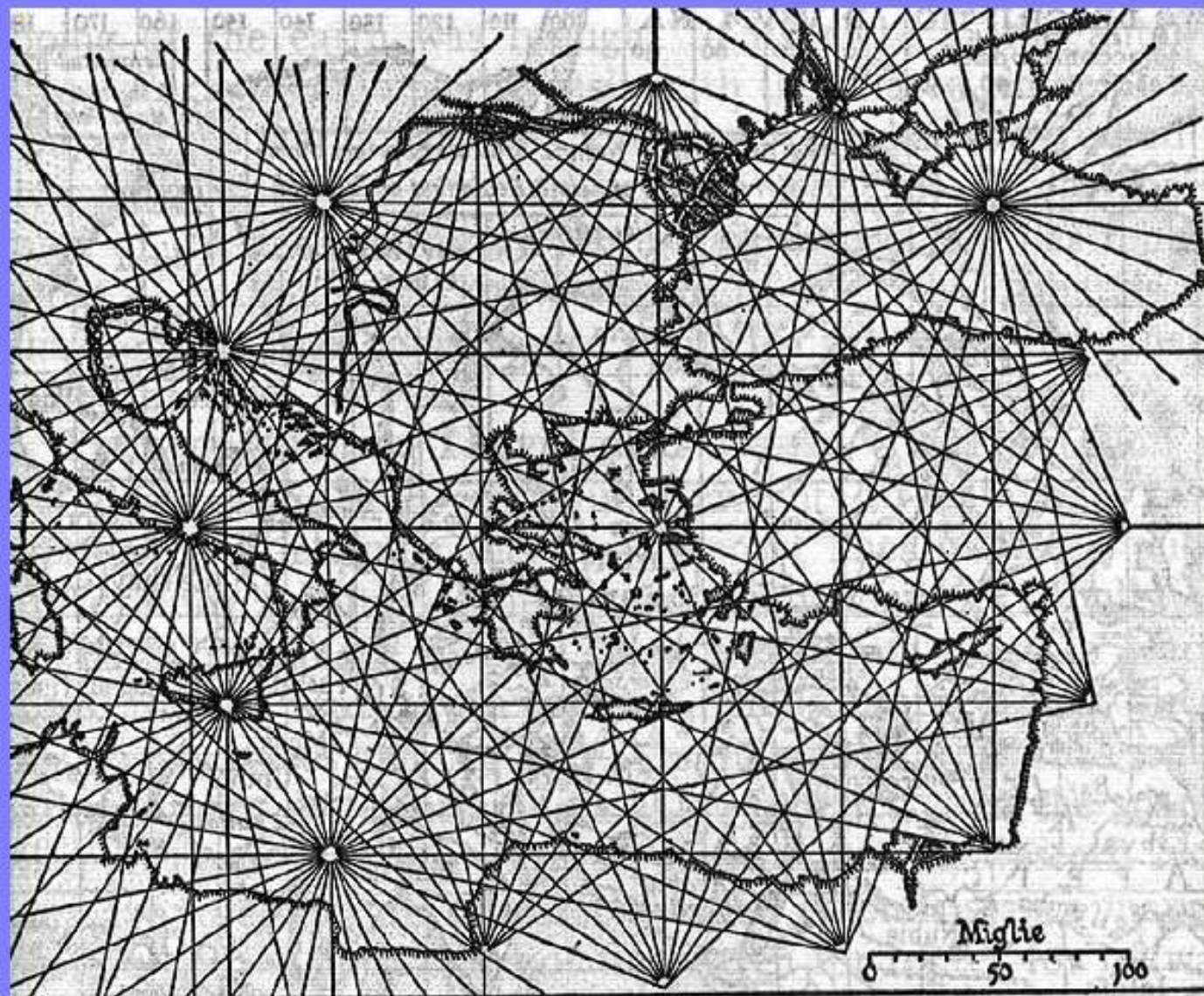




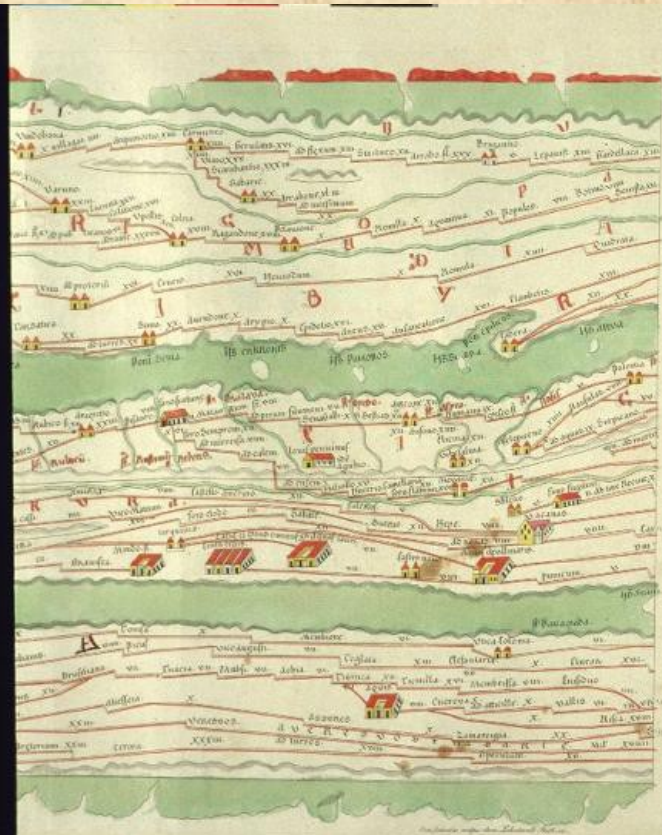
**Una mappa mundi a foglio singolo, detta di Agatodemo, attualmente al British Museum, facente parte (probabilmente) di un manoscritto greco del "Geographia" del secolo XIII, conservato presso il monastero di Vatopedi.**



**Reticolo a 16 "rose" tracciato su carta nautica medioevale.**



**La carta di Pietro Vesconte recante la firma e la data del 1311**

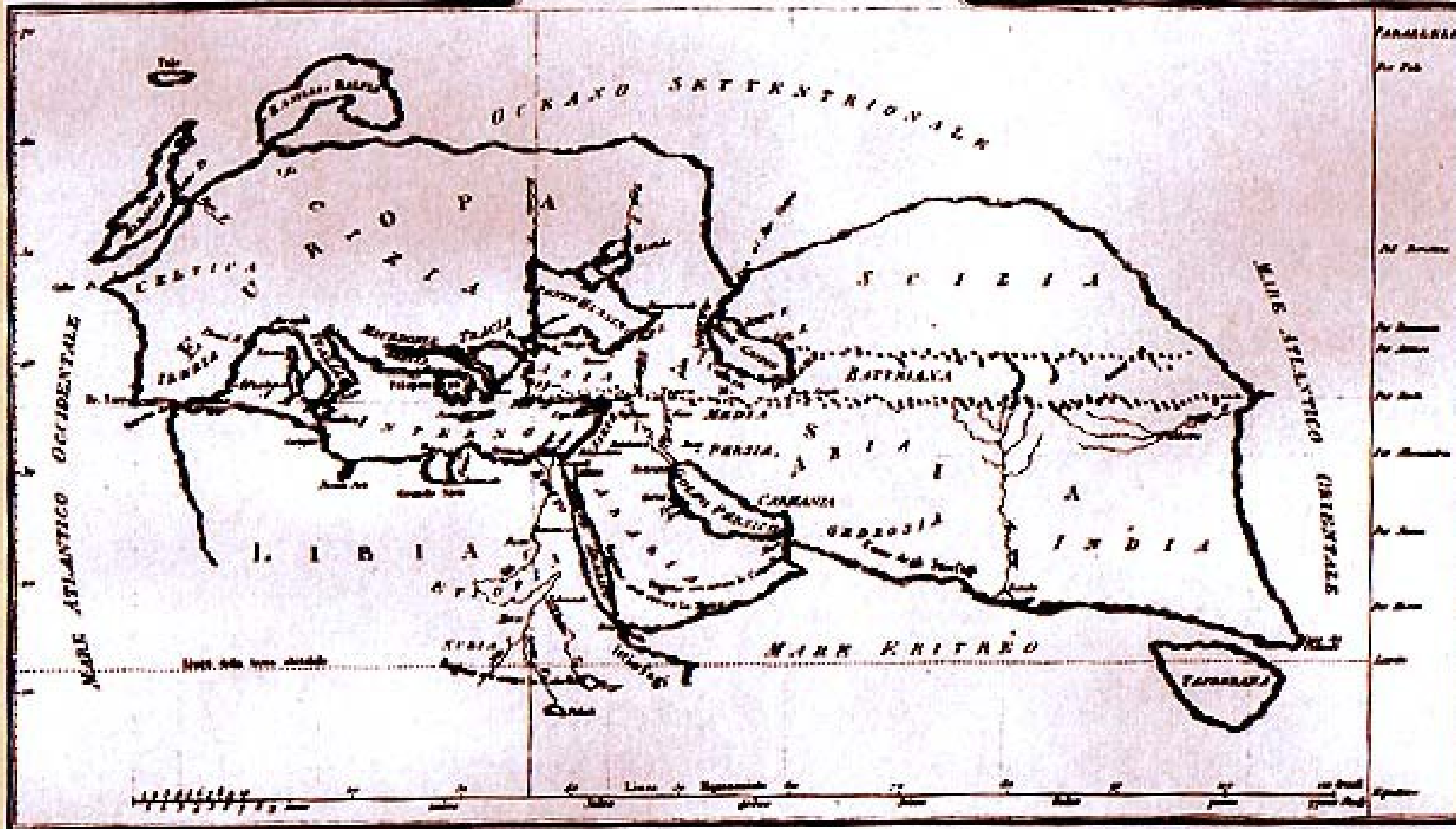




# SINTESI GEOGRAFICA DI ERATOSTENE

di P. C. M. M. M. M. M.

1870



- Il problema delle carte geografiche: abbiamo la sfera, abbiamo il suo raggio, dobbiamo *rappresentarla*, disegnarla su un piano

- *Come facciamo?*

Come è fatta una carta geografica?

- Cosa c'è che non va bene in questa carta geografica?



In hac Tartariae descriptione omnem altissimam diligentiam ut regionis nuper ab Anglia vel à Belgis alijs detectae, suo quae loco haberi poterat, quantum mihi est non fictitiorum, quae enim vulgum illud et in capitis regnum veri describeret! ac ut posterius dum ut volumus non licet, sed dum melius quidem

Miliarius Germanicus communitas  
15 30 45 60 75 90 105

Medius Meridianus est 720. de Poles reliqui ad hanc inclinantur ad Circuli mexi pro ratione 4.0 et 70. Parallelorum,



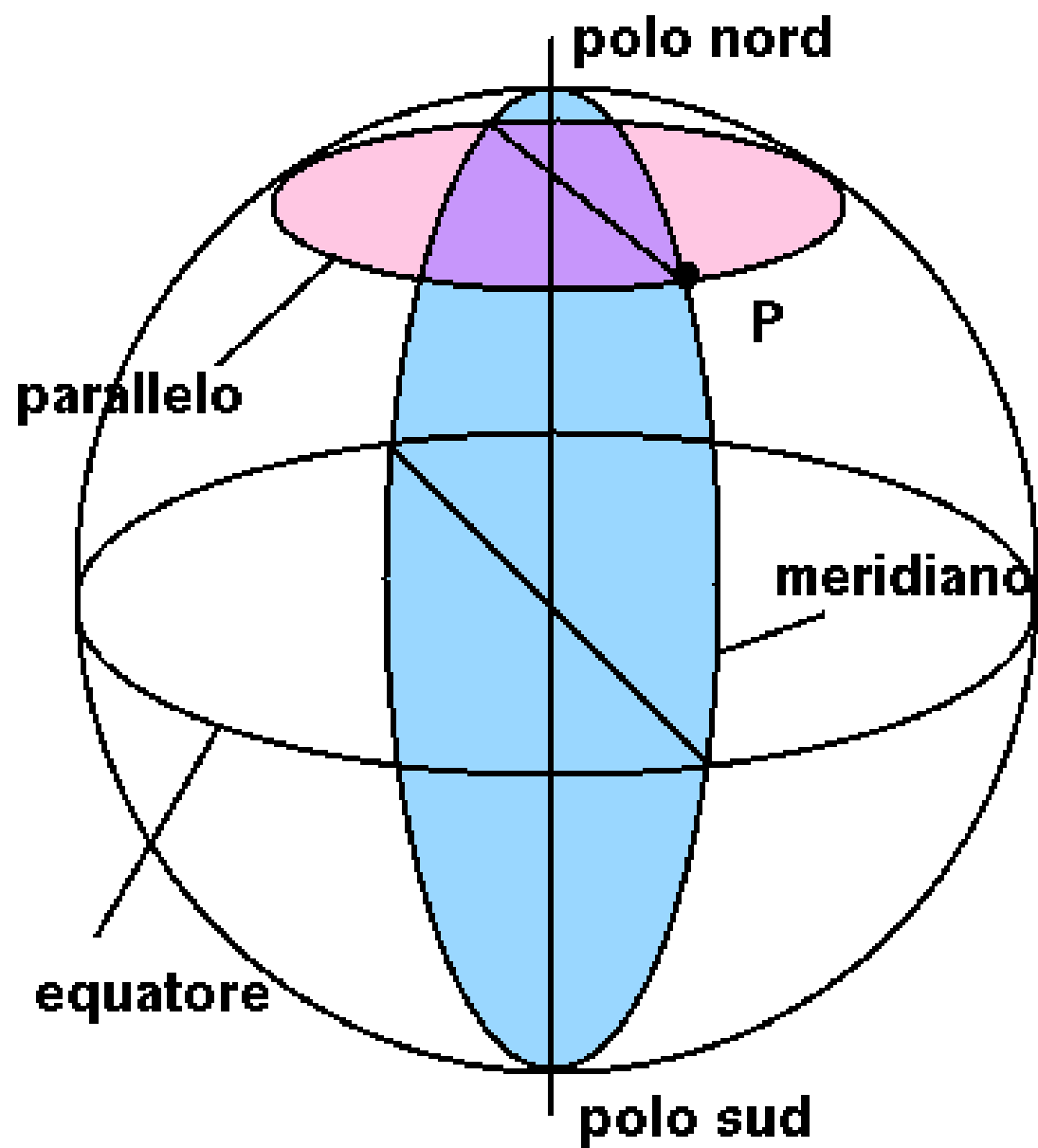
- E' molto diversa questa carta da una moderna carta dell'Italia?
- Cosa c'è di diverso?

- Come si individua un punto sulla superficie della terra?

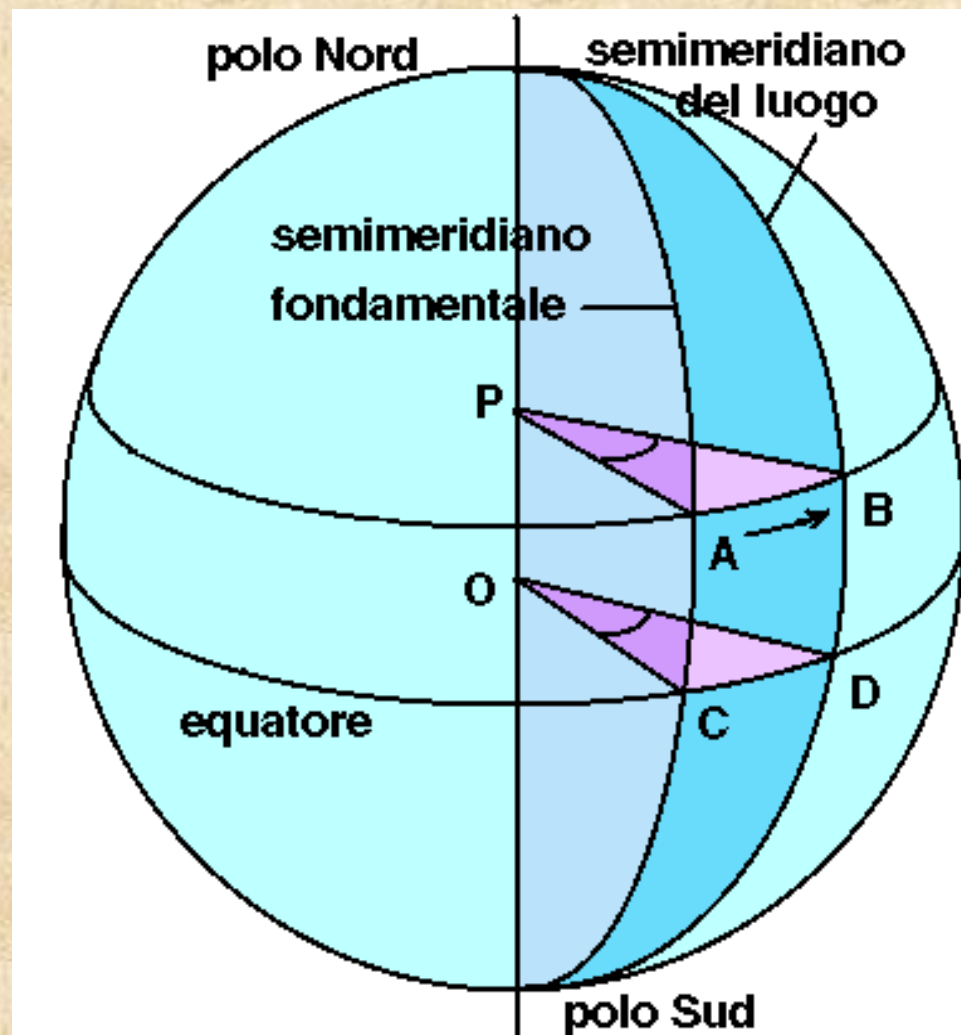


## Le coordinate terrestri

Il sistema di coordinate terrestri permette di assegnare alla posizione di ogni punto della superficie della Terra una coppia di numeri, detti **latitudine e longitudine**. Il sistema di coordinate è costituito dal piano equatoriale terrestre, dall'asse di rotazione e da una serie di piani detti **paralleli e meridiani**.

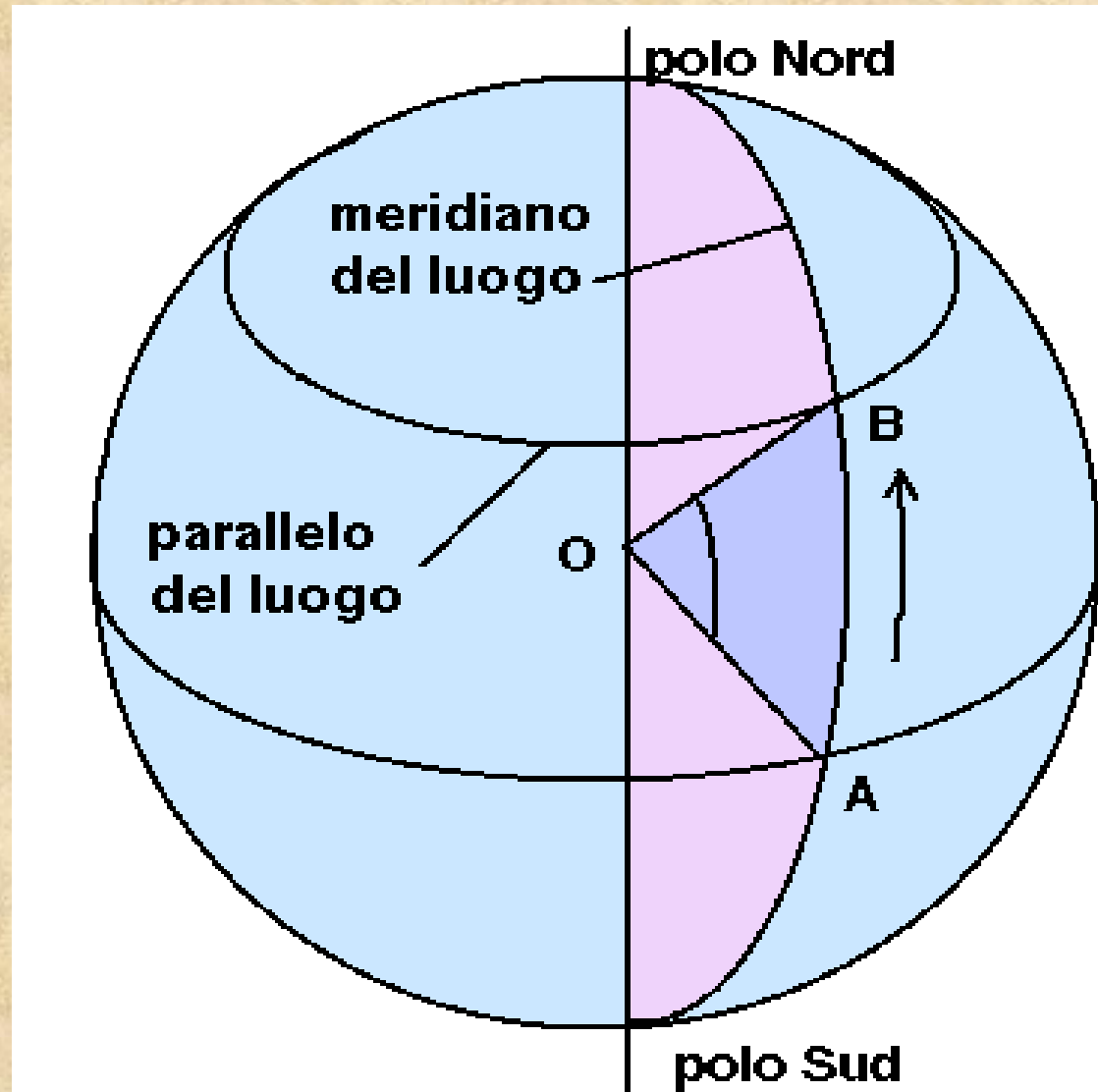


La **longitudine** di un luogo **B** è l'angolo compreso tra il semimeridiano passante per quel punto e il semimeridiano fondamentale. Quest'ultimo è stato scelto come zero delle longitudini ed è, per convenzione, quello che passa per Greenwich, in Inghilterra.



La longitudine del punto B è l'angolo formato dai segmenti AP e PB. Essa è positiva se B è ad est di Greenwich, negativa altrimenti.

La **latitudine** di un luogo è l'angolo compreso tra l'equatore e il parallelo passante per quel punto, misurato in gradi, da  $-90^{\circ}$  a  $90^{\circ}$ . La latitudine è positiva se il punto si trova a Nord dell'equatore, negativa altrimenti.



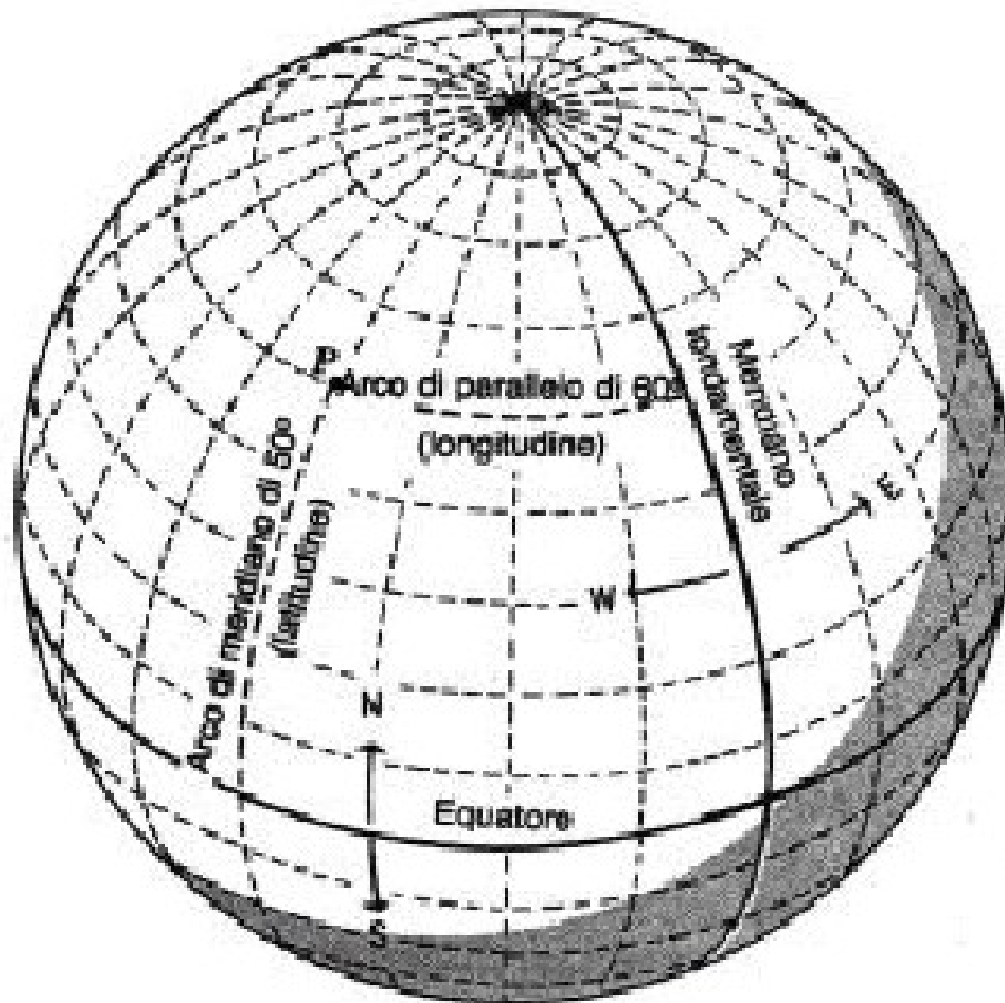
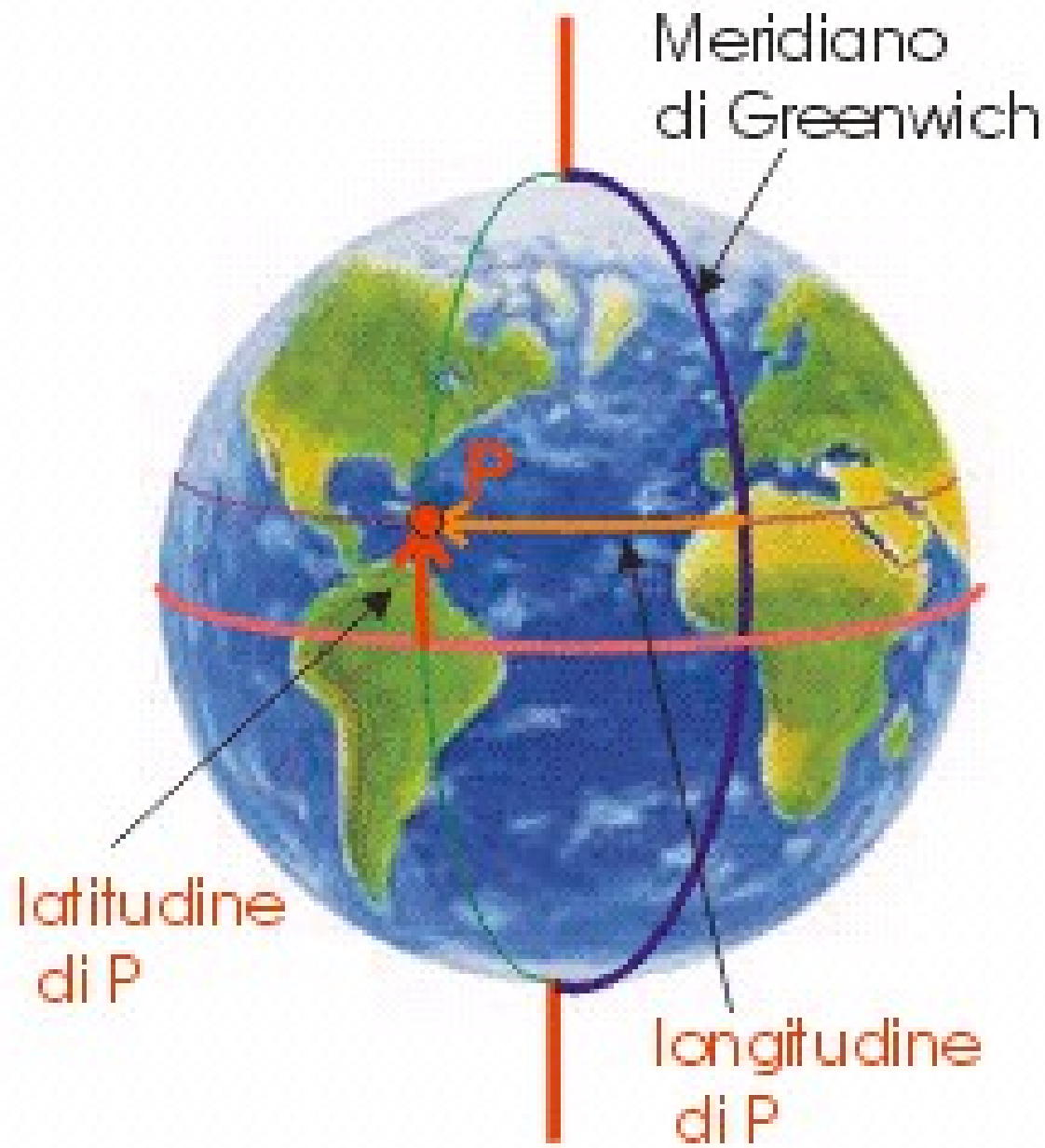


Fig.19.1. Il punto P ha coordinate:  
 $\varphi$  (longitudine) =  $60^\circ W$   
 $\lambda$  (latitudine) =  $50^\circ N$

Far individuare sul mappamondo e/o sull'atlante le coordinate di latitudine e longitudine di alcune località scelte .

**Coordinate geografiche di alcune località :**

<b>Roma</b>	long. 12° 30' E	lat. 41° 55' N
<b>Firenze</b>	long. 11° 15' E	lat. 43° 46' N
<b>Agrigento</b>	long. 13° 11' E	lat. 37° 17' N
<b>Torino</b>	long. 7° 40' E	lat. 45° 4' N
<b>Buenos Aires</b>	long. 58° 30' W	lat. 34° 40' S
<b>Sydney</b>	long. 151° 10' E	lat. 33° 32' S
<b>Quito</b>	long. 78° 28' W	lat. 0° 7' S
<b>Parigi</b>	long. 2° 19' E	lat. 48° 52' N
<b>New York</b>	long. 74° 0' W	lat. 40° 45' N



- Quindi si misurano angoli!
- Tutta la geografia si è sempre basata sulla capacità di misurare *angoli*



- Perché?
- Perché è più facile misurare un angolo che una distanza?
- Che strumenti conosciamo per misurare gli angoli?

- Goniometro
- Astrolabio
- Sestante

## Triangolo

Un triangolo sferico è la parte di superficie sferica compresa tra archi di cerchi massimo unenti tre punti non allineati

**Quanto vale la misura degli angoli interni di un triangolo?**

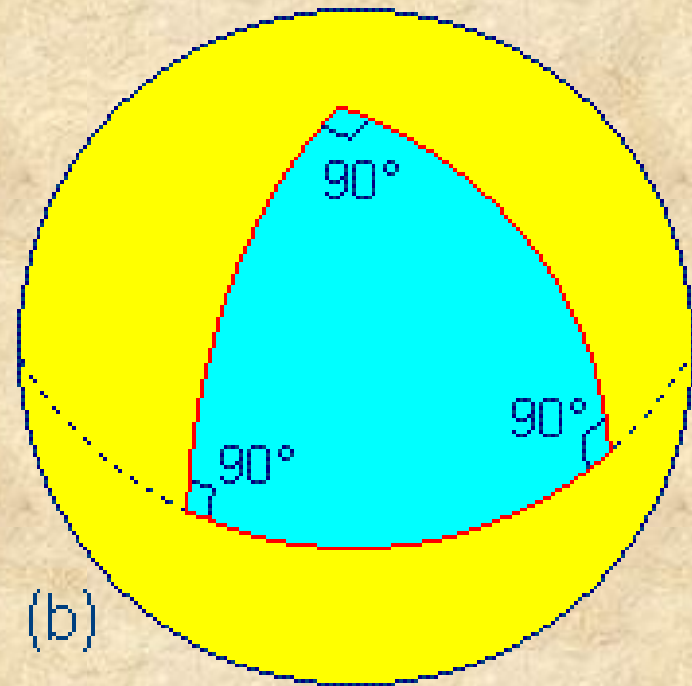
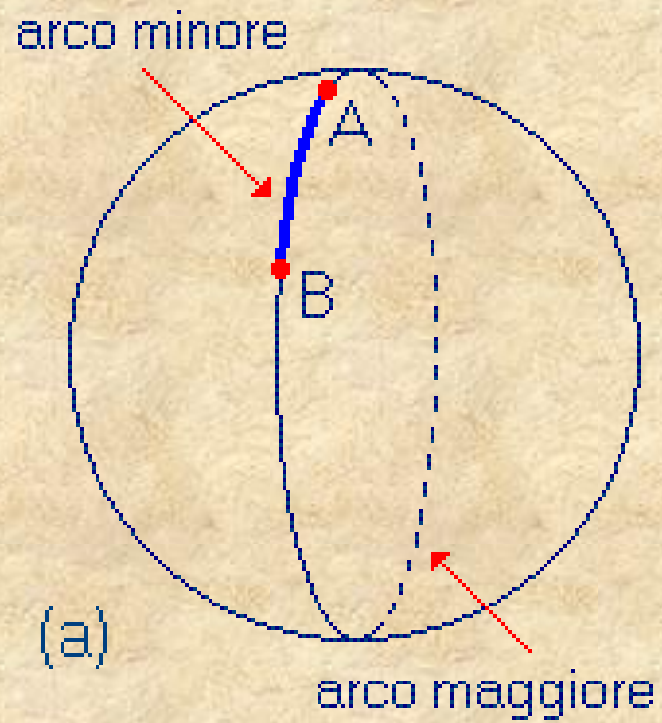


Fig. 1

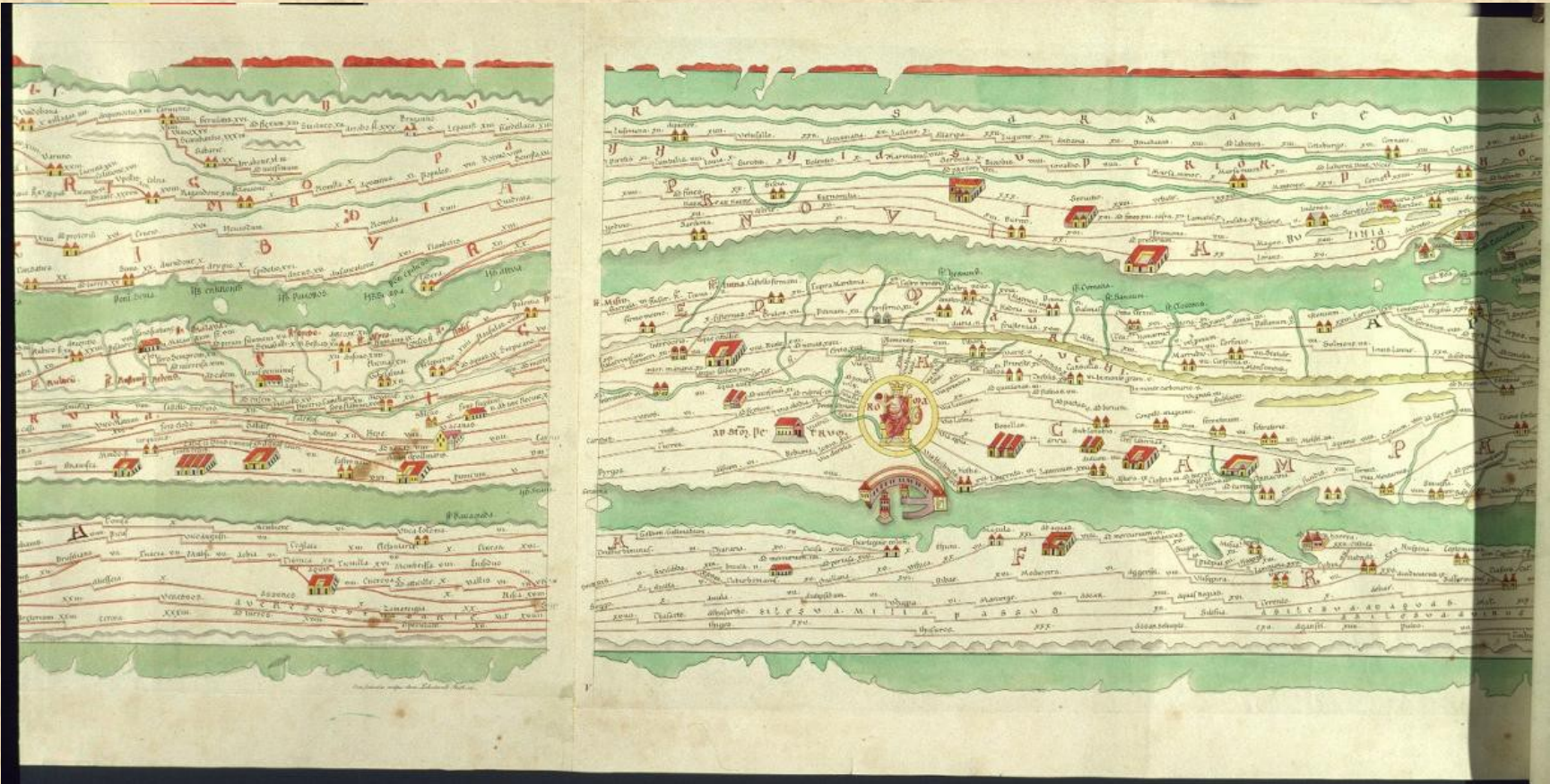
# Torniamo alle nostre carte

- Questa è molto antica...



- Una carta di questo tipo ci dice molto poco, non possiamo certo usarla per viaggiare...

- I viaggiatori romani usavano una carta di questo tipo:





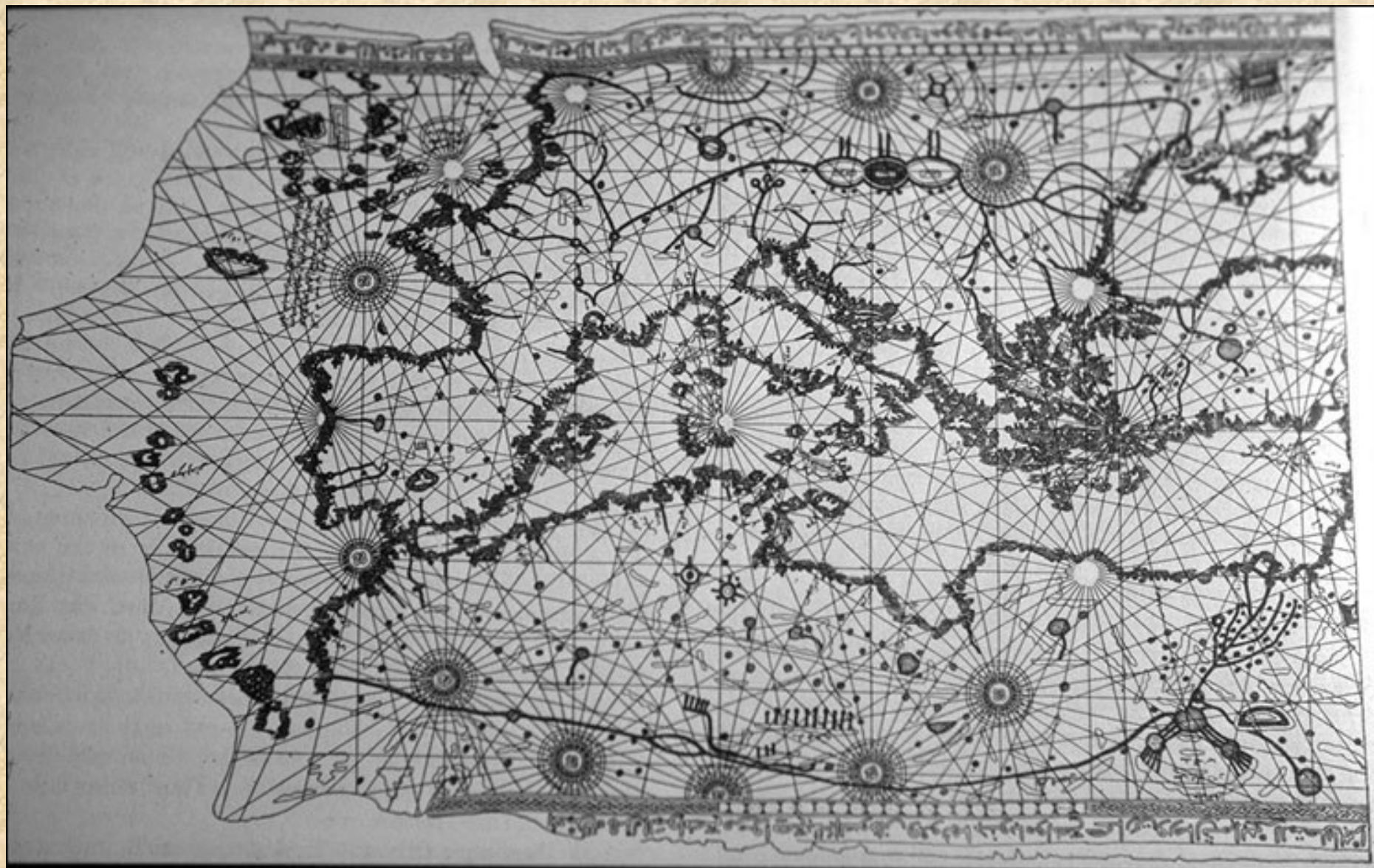
- Questa può essere usata per viaggiare: almeno ci indica le strade, e come sono collegate tra di loro le diverse località
- Riporta un sviluppo stradale di oltre un milione di chilometri...
- Sicuramente non ci aiuta molto per calcolare le distanze, o per conoscere la forma di una regione, o la sua area....



- Andando avanti con il tempo, gli uomini cercano di realizzare carte geografiche in cui riprodurre “fedelmente” quello che c’è sulla superficie della terra



*Carta del Mediterraneo, Portolano della famiglia Maggiolo, 1550*



Che elemento “nuovo” c'è in  
queste carte?



**ASIA**

ex magna orbis terrae  
descriptione Gerardi  
Mercatoris delincentia  
G.M. Immores.

- Cosa c'è di particolare in questa?
- C'è un *reticolo*, un sistema di riferimento
- Per ritrovare un punto, usando le sue coordinate





EVROPA.  
 ad magnae Europae de-  
 rivi. Aeternum P. insula-  
 rum, Runicum, Germanic-  
 um, edis, sermo tam-  
 que longitudinis ex ratio-  
 ne magnitudo, quod Pater-  
 nitatis sua maiore-  
 ali pofuit.

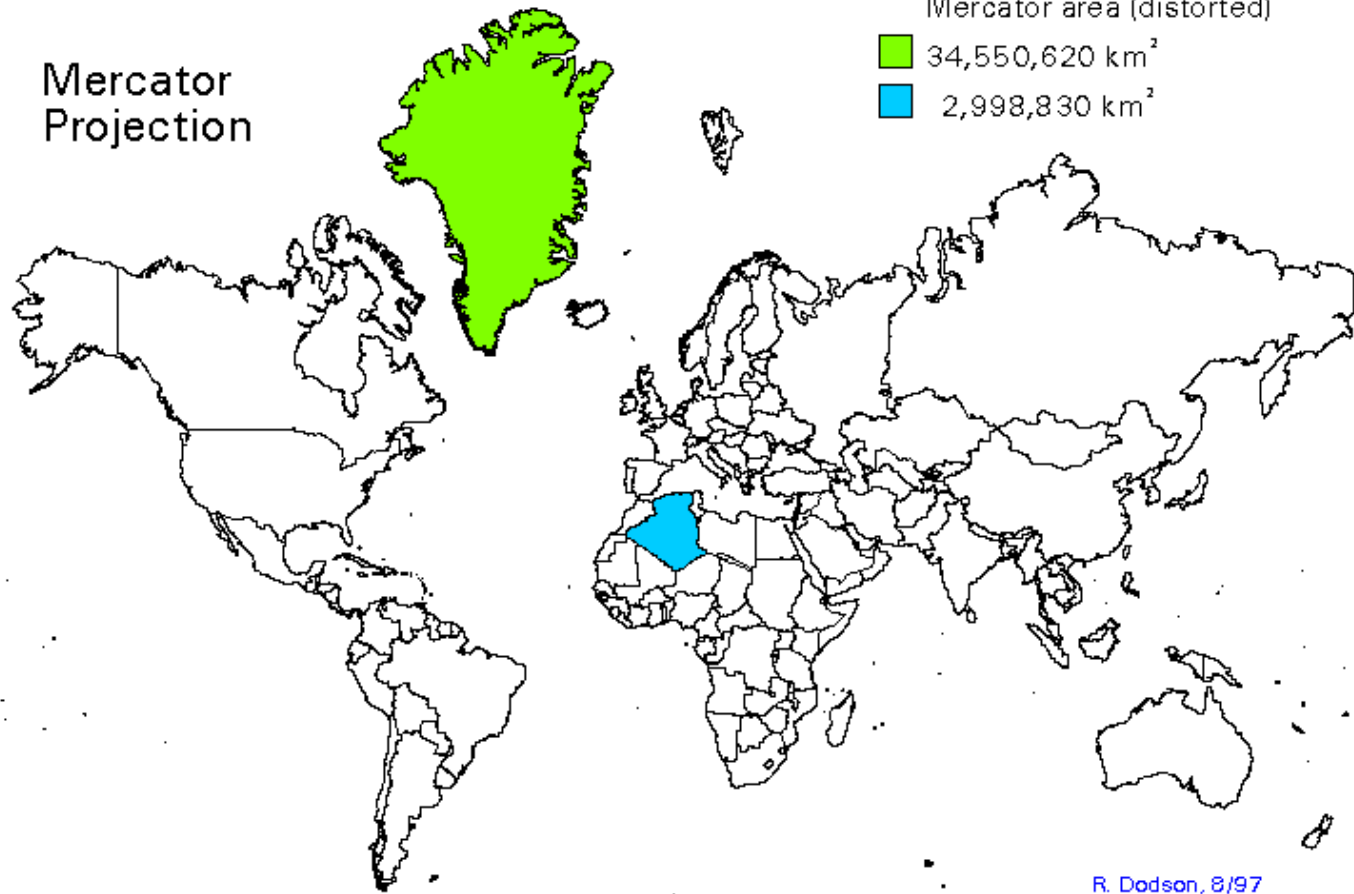
Magna Aeternum in religio ad hunc-  
 inditatem pro ratione de li. et.  
 paratitiam.

- E' possibile rappresentare "fedelmente" la superficie della terra su un piano?
- E' possibile "spianare" un palloncino?
  - Perché no?

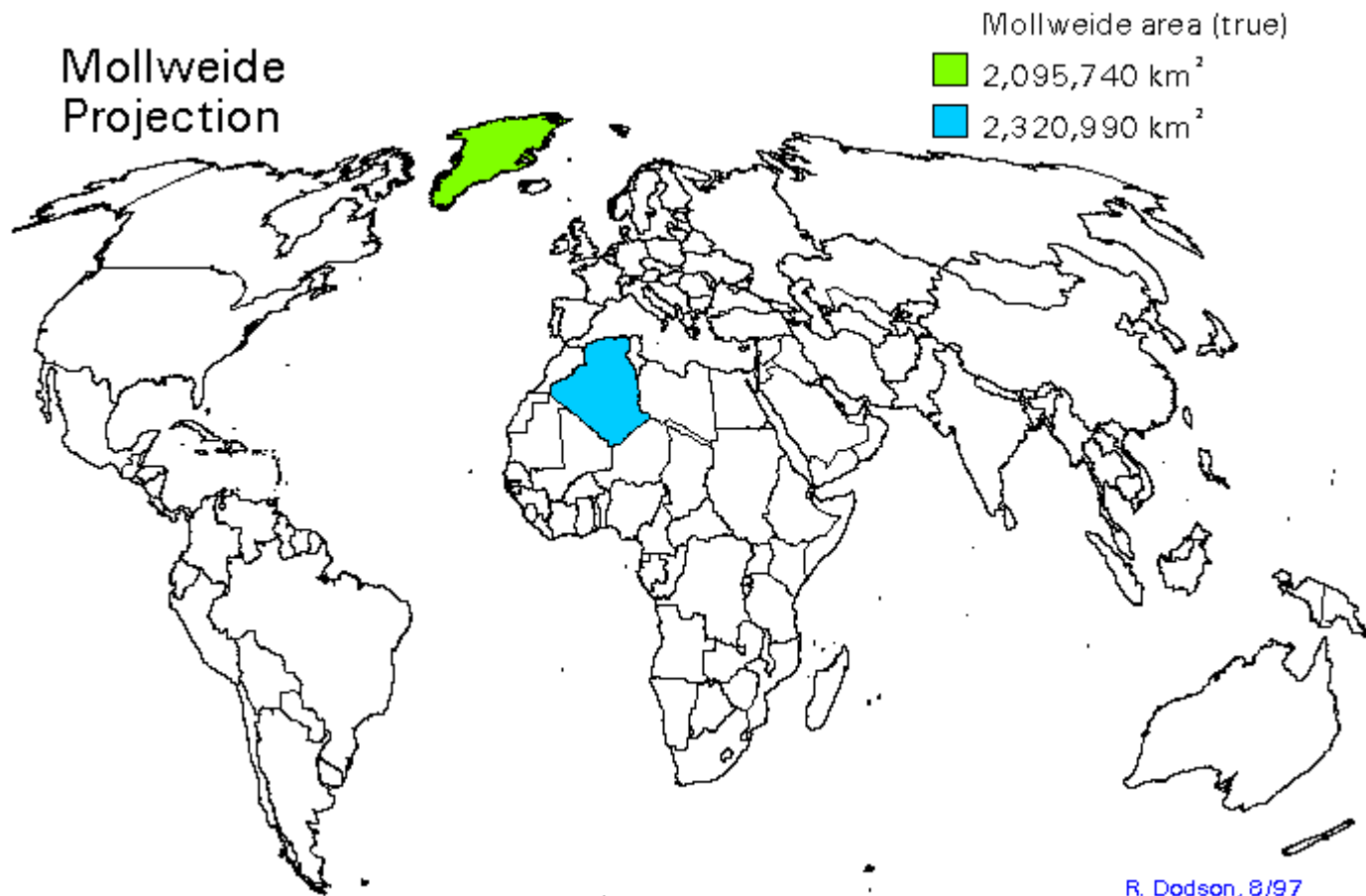
- Vorremmo una carta che riproduce fedelmente
  - Le distanze
  - Gli angoli
  - Le aree

Cosa c'è di diverso tra queste due carte?

# Mercator Projection



# Mollweide Projection





Le modalità di **costruzione delle carte**,

ossia i sistemi di rappresentazione non raggiungono mai del tutto lo scopo di fornire una riproduzione integralmente fedele della superficie terrestre, e servono soprattutto ad attenuare le deformazioni oppure ad evitarne alcune piuttosto che altre.

Con riferimento al tipo di proprietà che è stata meglio conservata, le rappresentazioni si distinguono in :

**equidistanti**

**equivalenti**

**conformi**

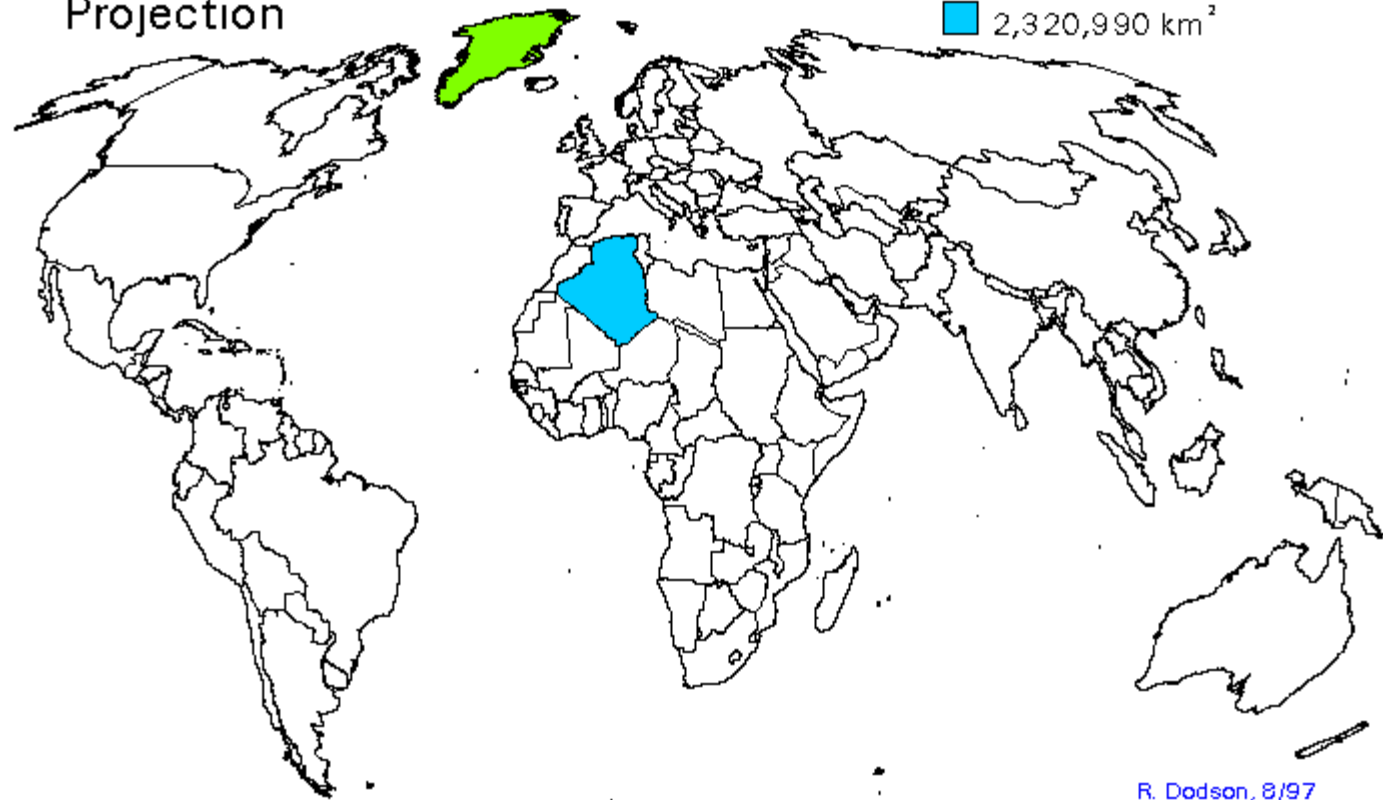


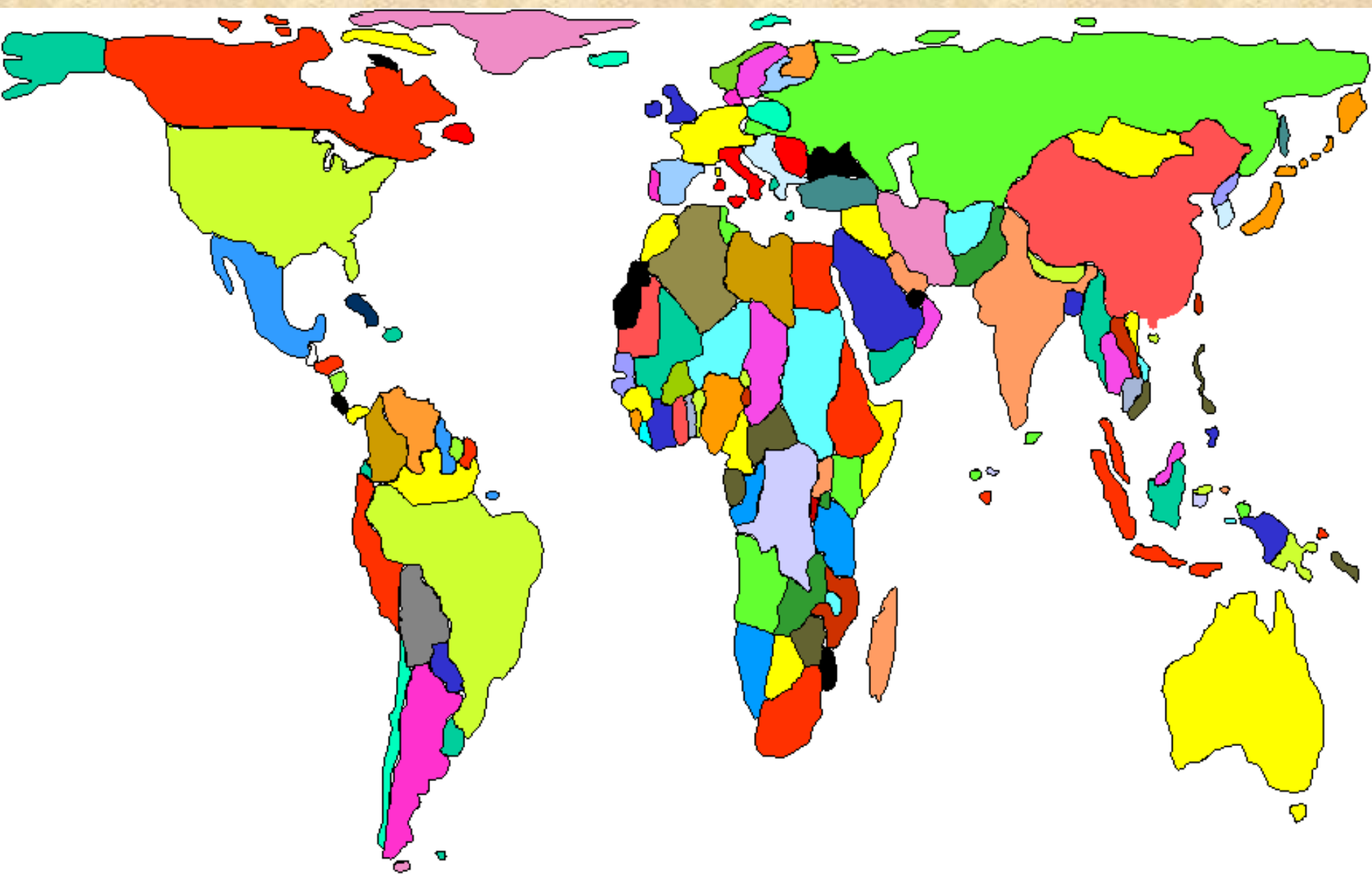
- Se una carta conserva *gli angoli*, si chiama *carta conforme*
- E' molto utile a chi naviga, perché in mare ci si basa sugli *angoli*



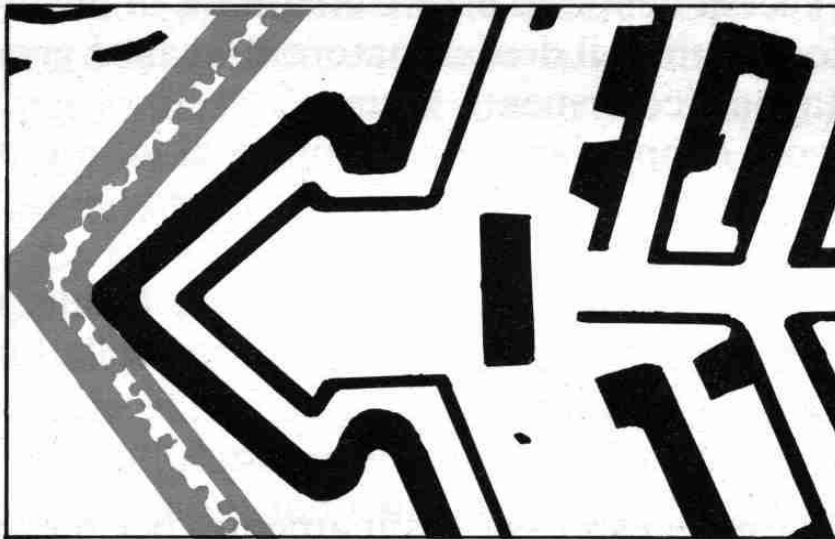
- Se una carta conserva le *aree*, si chiama *carta equivalente*
- E' molto usata dai politici, che vogliono vedere sulla carta la grandezza del proprio paese

# Mollweide Projection





- Se una carta rispetta le *distanze*, si chiama *carta equidistante*
- Sono di questo tipo le normali carte stradali



PIANTA O MAPPA

Scala 1:5000



CARTA TOPOGRAFICA

Scala 1:100.000



CARTA COROGRAFICA

Scala 1:500.000



CARTA GEOGRAFICA

Scala 1:5.000.000

## Nelle rappresentazioni equidistanti

mantenere il più possibile costante il rapporto fra le lunghezze della carta e della sfera terrestre.

non è mai interamente raggiunta perché non è possibile sviluppare una superficie sferica su un piano;

è però possibile costruire carte equidistanti lungo direzioni prestabilite (ad esempio lungo i paralleli).



Nessuna rappresentazione equivalente può essere conforme; esistono anzi numerose carte nelle quali non è soddisfatta nessuna delle suddette proprietà.

Solo certe carte che raffigurano aree molto ristrette possono essere considerate contemporaneamente sia equidistanti, sia equivalenti, sia conformi.

- Oggi molte cose sono cambiate...
- Per determinare la posizione di un punto sulla terra si usa il GPS

# GPS: Global Positioning System



Come funziona un GPS?

Fondamentalmente, calcola tre distanze

Geometricamente, trova un punto come  
intersezione di tre sfere

# Come funziona il GPS: triangolazione

- 1) GPS si basa sulla "triangolazione" tra i satelliti.**
- 2) Per "triangolare" un ricevitore GPS misura la distanza usando il tempo di viaggio dei segnali radio.**
- 3) Per misurare il tempo di viaggio , il GPS ha bisogno di orologi estremamente accurati.**
- 4) Bisogna sapere esattamente dove si trovano i satelliti nello spazio. I satelliti orbitano a circa 20000 Km di altezza**



Cos'è una "triangolazione"?

Perché ho bisogno di almeno 3 satelliti per identificare un punto?

**La parola più adatta è "trilaterazione".**

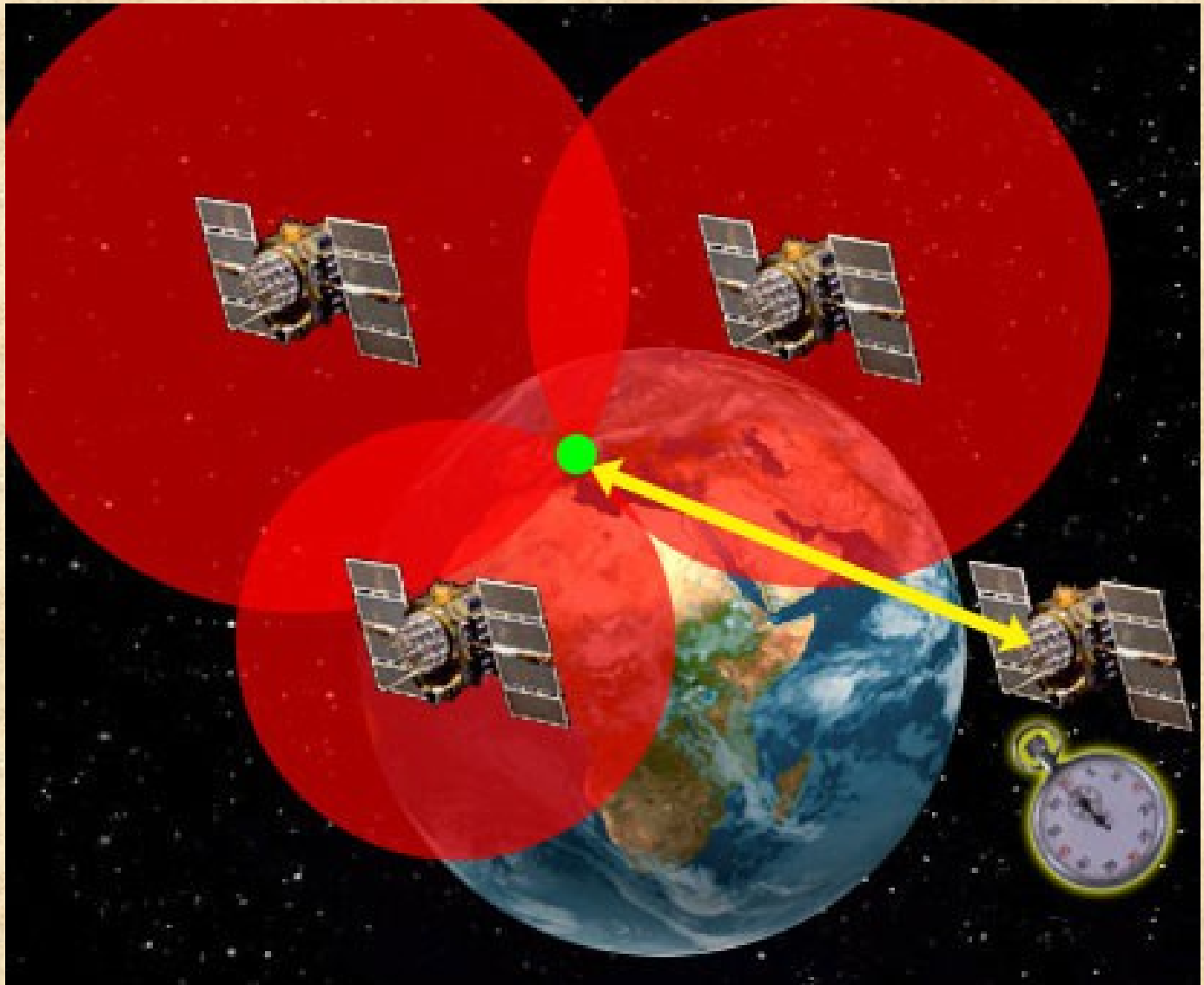
**Premessa: è necessario sapere la posizione esatta dei satelliti con un costante monitoraggio.**

**Una sola misura di distanza da un punto (1 satellite) individua la nostra posizione ovunque sulla superficie di una sfera.**

**Una seconda misura indica la nostra posizione sull'intersezione di due sfere (l'intersezione di due sfere è una circonferenza).**

**Una terza misura individua solo due punti (punti individuati dalla intersezione di due sfere).**

**Una quarta misura toglie ogni dubbio.**





## Come calcolo la distanza di un satellite?

**Basta calcolare il tempo di propagazione delle onde tenendo però presente anche:**

**gli effetti relativistici**

**il passaggio nell'atmosfera**

*... è finita.....*