Il ruolo della lingua nell'apprendimento della matematica e delle discipline scientifiche

Interazione tra i docenti di Italiano e quelli di matematica

Quale ritorno per l'insegnante di italiano?

Quale ritorno per l'insegnante di matematica?

Prendiamo una retta *r* passante per un piano β



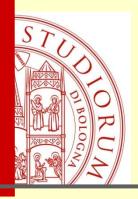
In una fattoria ci sono 4 pecore e 6 galline.

Quante zampe ci sono in tutto?

In un parcheggio ci sono 4 automobili e 6 biciclette.

Quante ruote ci sono in tutto?

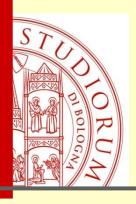
La componente comunicativa dell'apprendimento in matematica è considerata, in molti quadri teorici di riferimento, una delle componenti cruciali della competenza matematica.



PROCESSI COINVOLTI

- Decodifica
- Interpretazione
- Riconoscimento
 - Sintetizzazione
 - Presentazione
 - Spiegazione
- Giustificazione
- Simbolizzazione
- Formalizzazione

• ,,,,



FRAMEWORK OCSE-Pisa 2012



- ➤ Tre momenti fondamentali dell'attività di risoluzione di un problema (*mathematical processes*):
- il momento della formulazione (<u>formulating</u>)
- quello dell'utilizzo della matematica (<u>employing</u>)
- quello dell'interpretazione (<u>interpreting</u>).



FRAMEWORK OCSE-Pisa 2012



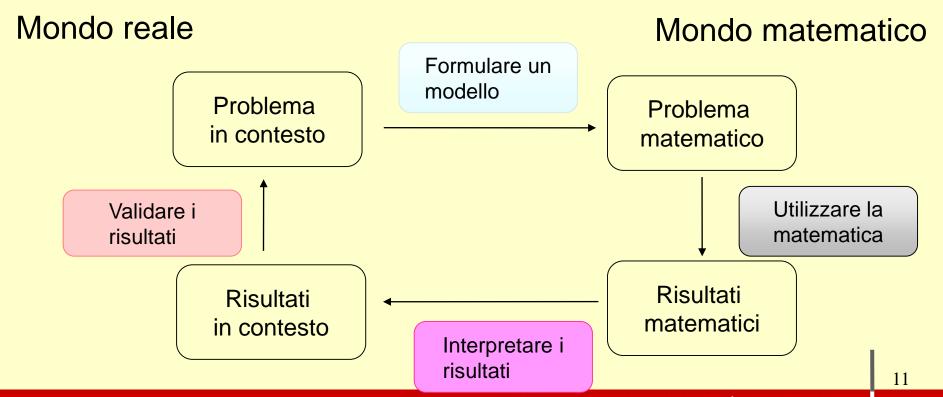
- ➤ Tre momenti fondamentali dell'attività di risoluzione di un problema (*mathematical processes*):
- il momento della formulazione (<u>formulating</u>)
- quello dell'utilizzo della matematica (<u>employing</u>)
- quello dell'interpretazione (<u>interpreting</u>).



FRAMEWORK OCSE-Pisa 2012



Ciclo della matematizzazione





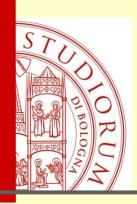
Le capabilities del QdR OCSE-Pisa

		Formulating situations mathematically	Employing mathematical concepts, facts, procedures, and reasoning	Interpreting, applying, and evaluating mathematical outcomes
	Communicating	Read, decode, and make sense of statements, questions, tasks, objects, images, or animations (in computer-based assessment) in order to form a mental model of the situation	Articulate a solution, show the work involved in reaching a solution and/or summarize and present intermediate mathematical results	Construct and communicate explanations and arguments in the context of the problem
	Mathematising	Identify the underlying mathematical variables and structures in the real world problem, and make assumptions so that they can be used	Conceptualize the problem mathematically or interpret the solution within the context of the original problem (may be needed in problems whose major emphasis is on <i>employing</i>)	Understand the extent and limits of a mathematical solution that are a consequence of the mathematical model employed.



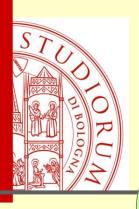
Le Indicazioni Nazionali per il Primo ciclo di Istruzione

La costruzione del pensiero matematico è un processo lungo e progressivo nel quale concetti, abilità, competenze e atteggiamenti vengono ritrovati, intrecciati, consolidati e sviluppati a più riprese; è un processo che comporta anche difficoltà linguistiche e che richiede un'acquisizione graduale del linguaggio matematico.



Competenze logiche e argomentative in matematica

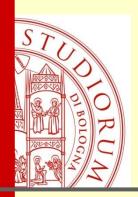
 è opinione largamente diffusa che molte difficoltà in matematica (e simmetricamente molti aspetti di riuscita nell'apprendimento della matematica) dipendano da aspetti trasversali di competenza, e anzi possano essere in qualche modo collegabili (e forse correlabili) ad aspetti specifici della competenza linguistica.



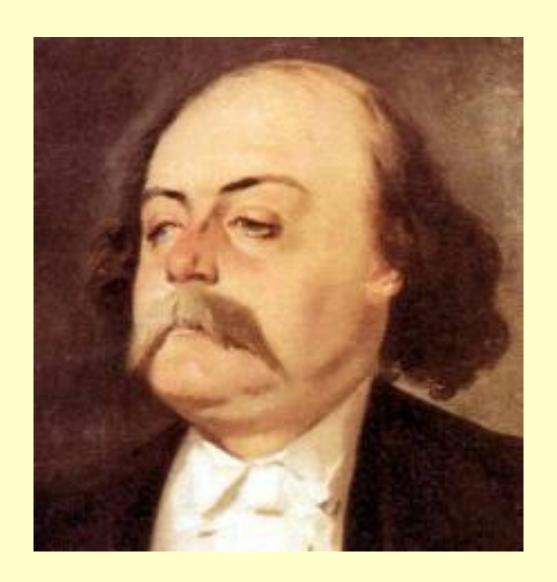
Ma prova a leggere per bene!

Non capisce il testo...

n si sa esprimere!



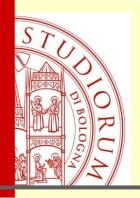
Gli aspetti testuali e linguistici sono quelli in cui più frequentemente si instaurano dinamiche riconducibili al contratto didattico in matematica



Puisque tu fais de la géométrie et de la trigonométrie, je vais te donner un problème :

Un navire est en mer, il est parti de Boston chargé de coton, il jauge 200 tonneaux. Il fait voile vers le Havre, le grand mât est cassé, il y a un mousse sur le gaillard d'avant, les passagers sont au nombre de douze, le vent souffle N.-E.-E., l'horloge marque 3 heures un quart d'après-midi, on est au mois de mai...

On demande l'âge du capitaine



CONTRATTO DIDATTICO

6

«In una situazione d'insegnamento, preparata e realizzata da un insegnante, l'allievo ha generalmente come compito di risolvere un problema (matematico) che gli è presentato, ma l'accesso a questo compito si fa attraverso un'interpretazione delle domande poste, delle informazioni fornite, degli obblighi imposti che sono costanti del modo di insegnare del maestro. Queste abitudini (specifiche) del maestro attese dall'allievo ed i comportamenti dell'allievo attesi dal docente costituiscono il contratto didattico» (Brousseau, 1987)

Si dimostri che il triangolo BAM è isoscele, dove M è il punto di intersezione tra la mediana AM relativa all'ipotenusa BC del triangolo rettangolo ABC, in cui l'angolo in C misura 30°, e l'ipotenusa stessa.

Un testo con questa struttura logica, questo impianto testuale e questo utilizzo del lessico è interpretabile solo all'interno di un sistema di convenzioni e abitudini

È coerente con il linguaggio scientifico specifico?

È univoco?

È funzionale all'apprendimento?

Quanto dipende dall'insegnante, dai materiali, dalla tradizione?

In definitiva: È utile? È necessario?

Una (apparente) digressione:

il "burocratese"

Coloro che esportano indebitamente la merce esposta compiono un reato perseguibile a termine di legge



La mancata regolarizzazione alle casse costituisce reato ed è perseguibile a norma di legge



M. Viale, Aspetti linguistici....

Thieves will be prosecuted



La riscossione del pedaggio viene effettuata dal lato in cui opera l'esattore



M. Viale, Aspetti linguistici....

Pay here



M. Viale, Aspetti linguistici....



Stereotipi nei testi, Stereotipi nelle soluzioni

Dal libro di testo

- 1. Un triangolo isoscele ha il lato obliquo che misura 13 cm e il perimetro di 36 cm. Calcola la misura dell'altezza relativa alla base e l'area del triangolo.
- 2. Un triangolo isoscele ha la base di 12 cm e i lati obliqui di 10 cm. Calcola il perimetro e l'area del triangolo.
- 3. Calcola l'area e il perimetro di un triangolo isoscele la cui base misura 12 cm e l'altezza 8 cm.
- 4. Calcola l'area di un triangolo isoscele che ha il perimetro di 32 cm e il lato obliquo di 12,5 cm.
- 5. Calcolate l'area di un triangolo isoscele che ha il perimetro lungo 112 cm ed è uguale agli 8/3 della base.
- 6. Calcolate l'area e il perimetro di un triangolo isoscele che ha la base lunga 80 cm e l'altezza pari ai 15/16 della base.
- 7. Un triangolo isoscele ha la base di 6 cm e l'altezza è i 2/3 della base. Calcola il perimetro e l'area del triangolo.
- 8. Calcola l'area ed il perimetro di un triangolo isoscele che ha la base e l'altezza lunghe rispettivamente 12 dm e 3,2 dm.

D6.	Osserva	il	disegno.
-----	---------	----	----------



Calcola l'area del triangolo prendendo con un righello le misure necessarie.

- Risposta:cm²
- Scrivi i calcoli che hai fatto per arrivare alla risposta.

Spiega cosa significa che due frazioni sono equivalenti.

Due besseune sono equivalenti ne moltiplicando o diredendo o moltiplicano do per uno scosso mumero:
De section. sono equivelent, es homo ino yesto refere or entreso.
3) Due frazioni si dicono equitalenti so sia il denominatora che il numeratore, sono stati moltiplicati o divisi per uno stasso numero. Nell'insieme = non ci sono frazioni equivalenti Es: 36 12 Nell'insieme = non ci sono frazioni equivalenti Es: 36 12
Es 3 Due brazioni sono equivalenti se richtte ci minimi termini sono congresenti

Spiega cosa significa che due frazioni sono equivalenti.

Due bareione por equivalenti ne moltiplicando o devidendo o molti do per una resso mumero:	2 lican
A district her and sterson munero & are explosion; som admiralità.	pero o
3) Due frazioni si dicono equivalenti so sia il denominatoro il numeratoro, sono stati moltiplicati o divisi per uno stammento. Nell'insieme # non ci sono frazioni equivalenti Es: 36 1	cha asso 2
Due brazioni sono equivalenti se ridotte ci minimi termini sono	ongerery.

3) Due ve razioni sono equivalenti quando partendo da una grazione si moeti parapper uno stesso numero sia num cratore che deiò minatore, il risuetato ottenuto e una grazione equivalente.

the frazioni si dicono equivalenti quando
diferido o moltiplicando il denominatore
e il minimo un altra frazione. Ad esempio: 18-5 q

o 36 -> 4



- 1. f(x) = 1 x C.E. f(x) = 11. f(x) = 11. f(x) = 1 x C.E. f(x) = 11
- 5) diccome la funcione mota intorno au asse delle
- 6) Se AB e' uguali a 1 altora, quel valore assumi



derivouds à volte la fauzione si eliminerani progressive membre tutte le x, raducendo la Consissione ad un numero composto da molte il numero di pertense (h) per la coefficiente de cla x



PBCE 13A SOMO ŒTTANGOL NEGRI ANGOLI PBCE PBA PERMÉ SE POST XALO MAB LETTA LES L AL PIANO INTILIANI FORTER PARCOLI PETTI PER OVANTO PICHADO THO FORTANO CON IL PIANO DI CONTENSA DINGOLI RETTI PER OVANTO PICHADO PATE LE CERTO L DI PIANO IN UN PUNTO E PETTINO DA QUEL CUMO UNO MATE LE CERTO L DI PIANO IN UN PUNTO E PETTINO DA QUEL CUMO UNO SETTA L ADUN RECHENTO DELLA CITETTA TRESTA (NEL MOSTO CASO P)

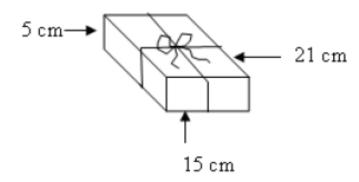


Se AB e' uguale a 1 alloro, quel valore assumi

Difficoltà nell'affrontare un testo discontinuo

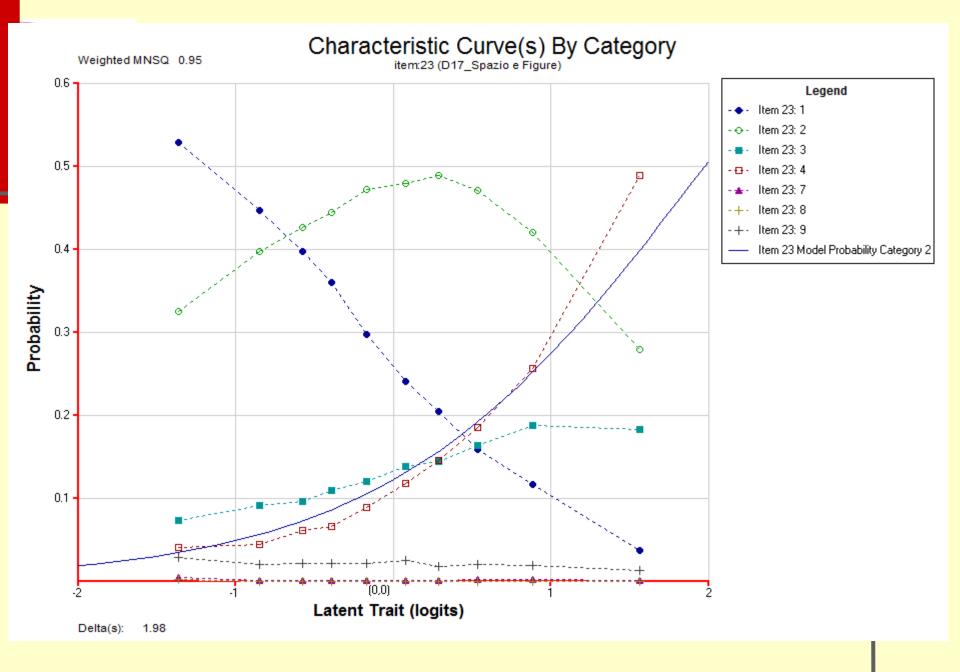
STU

17. Alessandra acquista un libro all'ipermercato; a casa prepara un pacchetto simile a questo:



Quanti cm di nastro ha usato in tutto, sapendo che per fare il fiocco ne sono serviti 30 cm?

- □ A. 41.
- □ B. 71.
- □ C. 112.
- □ D. 122.





Risponde correttamente (122) solo il 14,7% dei bambini. Oltre il 40% risponde 71: il distrattore B era costruito in modo da "intercettare" le risposte dei bambini che sommavano tutti i dati del problema (21+15+5+30), senza cercare di "vedere" la situazione geometrica. Il 28,7% ha scelto il distrattore A, sommando quindi i dati della figura senza considerare il testo, in cui si diceva che per fare il fiocco erano occorsi 30 cm di spago.

L'analisi dei testi

Difficoltà linguistiche

- lessico specialistico
- lessico comune
- morfosintassi
- sintassi del periodo
- testualità
- grafica ed editing

Una definizione di "lingua speciale"

Una lingua speciale è una varietà funzionale di una lingua naturale e, dipendente dal settore di conoscenze o da una sfera di attività specialistici, utilizzata, nella sua interezza, da un gruppo di parlanti più ristretto della totalità dei parlanti la lingua di cui quella speciale è una varietà, per soddisfare i bisogni comunicativi (in primo luogo quelli referenziali) di quel settore specialistico.

Fonte: M.A. Cortelazzo, *Lingue speciali. La dimensione verticale*, Padova, Unipress, 2007 (III ed.)

I sottocodici

La lingua speciale è costituita a livello lessicale da una serie di corrispondenze aggiuntive rispetto a quelle generali e comuni della lingua e a quello **morfosintattico** da un insieme di selezioni, ricorrenti con regolarità, all'interno dell'inventario di forme disponibili nella lingua

Un esempio

Dimostra che in un triangolo qualunque il segmento che unisce i punti medi di due lati biseca ogni segmento che congiunge un punto qualunque del terzo lato con il vertice opposto a questo.

Gli aspetti lessicali

Il lessico delle lingue speciali

- è composto di segni aggiuntivi rispetto a quelli che fanno parte della lingua comune;
- deve rispondere alle esigenze di denominazione del settore di attività cui si riferisce
- è caratterizzato da rigore semantico, cioè da rapporti biunivoci tra significato e significante

Le lingue speciali hanno bisogni lessicali quantitativamente elevati



Categorie del lessico

- Tecnicismi specifici: bisecare, segmento
- Ridefinizioni di termini della lingua comune: punto, lato, vertice
- Tecnicismi collaterali (prassismi, particolari espressioni stereotipiche, non necessarie, a rigore, alle esigenze della denotatività scientifica, ma preferite per la loro connotazione tecnica): avente per



 parole prese dalla lingua comune e ridefinite in modo preciso e univoco (es.: base, espressione, catastrofe, seno, potenza, raggio, asse, binario, affetto, moda, insieme, funzione)

formazioni dotte, ottenute sfruttando i procedimenti di suffissazione e/o di prefissazione (es.: addendo, dividendo, moltiplicando; antiperiodo, antisimmetria, disequazione; monomio, binomio, trinomio, polinomio, poligono; isometria; omotetia; equivalenza, equidistante, (insieme) equipotente).



 prestiti, con adattamenti o meno, dalle lingue straniere (es.: array) o ricorrendo a calchi (es.: funzione iniettiva, suriettiva, biiettiva) o costrutti ripresi da altre lingue. Rispetto ad altre lingue speciali (ad es. informatica), la matematica fa un uso minore di prestiti.

- sigle (M.C.D., m.c.m.) o abbreviazioni, di cui nel corso del tempo può anche essersi persa coscienza (es.: coseno, derivato da un'abbreviazione di complementi sinus; arcotag, arcotg o arctg, tutte abbreviazioni sinonimiche di arcotangente);
- denominazioni analogiche. Es.: curva campanulare (sinonimo di "curva di Gauss"), curva del cane o di caccia.
- eponimi, formati con o da nomi propri (es.: piano cartesiano, teorema di Pitagora).
- nominalizzazioni (es.: proiezione, sottrazione).

Gli aspetti sintattici

Aspetti sintattici da tenere sotto controllo in ambito didattico

- Forme impersonali: Si è osservato che...
- Passivo: Il triangolo è stato costruito...
- Uso del congiuntivo: Sia AB una retta...
- Complessità sintattica



Aspetti semantico-lessicali

Paola regala le sue 72 figurine doppie a 6 amici distribuendole in parti uguali. Quante figurine darà ad ogni amico?

Il ruolo della componente narrativa e della sequenza di informazioni

Forma tipo di un problema nella prassi didattica

- presentazione del/dei soggetto/i protagonista/i
- sequenza cronologica di azioni compiute dal/dai protagonista/i
- una o più frasi interrogative

(cfr. G. Gabellini - F. Masi, *I problemi*, Roma, Carocci, 2005)

Un esperimento

FORMULAZIONE 1

La mamma dà a Roberto 5 settimane di paghetta in anticipo. Roberto va a comprarsi un videogioco nuovo che costa 42 euro e gli avanzano ancora 5,50 euro. Quanto prende Roberto come paghetta settimanale?

Archetti et al., Influenza della sequenza di informazioni nella risoluzione di un problema, in "L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate", 23°, 1, 2000, pp. 7-26

Un esperimento

FORMULAZIONE 2

Roberto compra un videogioco nuovo che costa 42 euro e gli avanzano ancora 5,50 euro. Per fare questo acquisto la mamma gli ha anticipato la paghetta di 5 settimane. Quanto prende Roberto come paghetta settimanale?

Un esperimento

FORMULAZIONE 3

Roberto compra un videogioco nuovo che costa 42 euro e chiede un prestito alla mamma che gli anticipa la paghetta di 5 settimane.

Dopo aver comprato il videogioco, a Roberto avanzano ancora 5,5 euro. Quanto prende Roberto come paghetta settimanale?

Piani di analisi

Lessico uso del lessico specialistico

Morfosintassi preferenza per alcune forme

Sintassi preferenza per alcune strutture

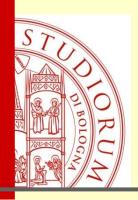
Testualità preferenza per alcuni generi

Semantica costruzione del significato



Dietro ai testi senza parole

il ricorso frequente a scritture **inutilmente** formali e prive di parole può segnalare la presenza di incertezza e sfiducia dell'allievo nella propria argomentazione(ed essere quindi riferibile alla clausola del contratto didattico nota come *esigenza di giustificazione formale*).

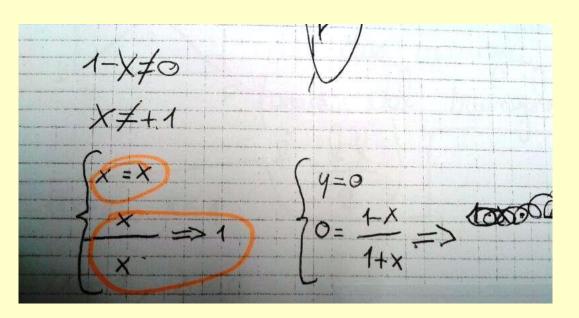


CONTRATTO DIDATTICO

Clausola del Contratto Didattico: Esigenza di Giustificazione Formale

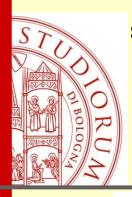
Nonostante nei casi presenti in letteratura la EGF si esplicita con il "ricorso ai calcoli", di fatto si manifesta anche attraverso le scelte linguistiche.





Lo studente ricorre ad un elemento del linguaggio simbolico della matematica (che è un'espressione sincopata che sta al posto di "se ... allora")

NON SI SENTE AUTORIZZATO A SCRIVERE L'**UGUALE**, O SEMPLICEMENTE "È"



Problema 2 Compito di Ordinamento 2010

ANALISI DEI PROTOCOLLI



Ministero dell'Istruzione dell'Università e della Ricerca <u>M557 – ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO</u>

CORSO DI ORDINAMENTO

Indirizzo: SCIENTIFICO

Tema di: MATEMATICA

PROBLEMA 2

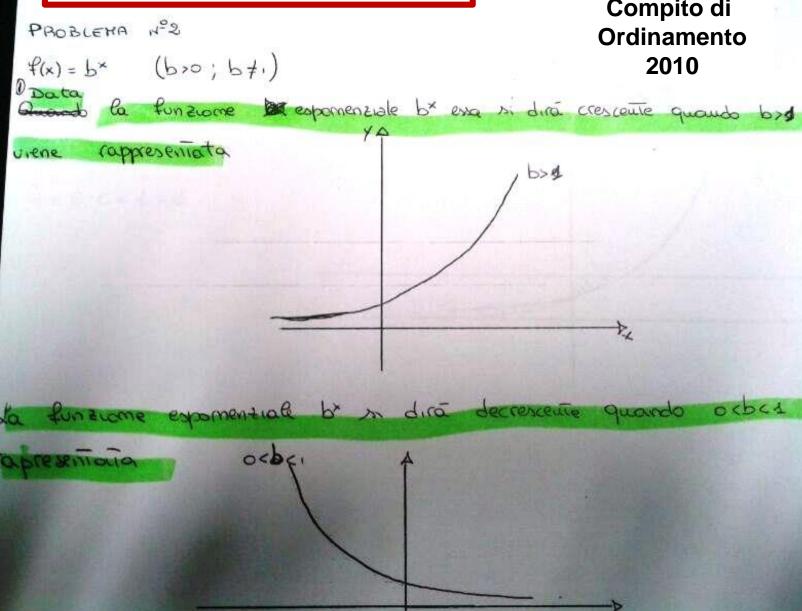
Nel piano, riferito a coordinate cartesiane Oxy, si consideri la funzione f definita da $f(x) = b^x$ $(b > 0, b \ne 1)$.

1. Sia G_b il grafico di f(x) relativo ad un assegnato valore di b. Si illustri come varia G_b al variare di b.



ANALISI DEI PROTOCOLLI

Problema 2 Compito di





Problema 2 Compito di Ordinamento 2010

```
PROBLEHA 12°2

f(x) = b × (b>0; b +1)

Data

Data

Chimado la funzione de esponenziale b × exa si dirá crescoute quando b>1

Viene rappresentata

, b>1
```

Lo studente sa che la funzione esponenziale è crescente quando b è maggiore di 1 e la rappresenta correttamente.

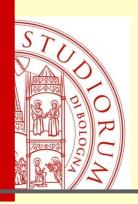
"Sente il bisogno" di fare ricorso alla struttura linguistica della definizione



L'ESIGENZA DI GIUSTIFICAZIONE FORMALE (EGF)

- ➤ L'EGF spesso è l'esigenza di fare *ricorso a una operazione* o, più generalmente, a delle procedure.
- ➤ In questo caso l'EGF si esplicita rispetto al *ricorso alla struttura linguistica* di un elemento caratteristico dell'organizzazione logico-formale della matematica: <u>la definizione.</u>

In questo caso, "si dirà" è scorretto. In matematica si dice crescente una funzione che ha una determinata proprietà. La funzione esponenziale, quando b >1, ha quella proprietà, quindi è crescente.



DIFFICOLTÀ LOGICO-ARGOMENTATIVA

L'utilizzo sbagliato del verbo spesso è indicatore una difficoltà di tipo logico-argomentativo.

Un elemento generico dell'insieme considerato appartiene al sottoinsieme degli elementi "crescenti" quando ha una certa proprietà.

Il nostro elemento particolare ha quella proprietà quindi fa parte del sottoinsieme.

Spesso, quando gli studenti utilizzano i verbi sbagliati, utilizzano in modo scorretto gli elementi di base del sillogismo.



Prova di matematica

Codice scuola RMPS060005

Studente: 0240

Commissione: RMPS00031

Pag. n. 1

Dati

Swelgimento:

$$AB = 1 = 1$$
 $AP = X$
 $CA = f(x)$
 $f(x) = \frac{1-X}{1+X}$
 $PA = PA = X + \frac{1-X}{1+X}$
 $PA = AX^2 + X^4 + 2X^2 + 1 + 2X^2 + 2X^2 + 1$
 $AB = A - CA$
 $AB =$



9) Non esiste de ABE e juguale a use ABE & Mettangolo esso aurebbe il terro Il Presidente angolo 180° - (45° +90°) = 45°. della Commissione Il toiample avente, quindi, due amplialla base Congruenti, sarebbe isoseele. Moando Pitagera of aurebbe per eui ehe la radiel 2°2+2°2=3, il ele é excoto due triangli saranno rettangoli del 400 30-60-9 lato BE sarai per il primo 15, per il secondo V13 Il triangolo ABE con AB=3 AC = 9, PRP = 15



Problema 1 Compito di Ordinamento 2010

ANALISI DEI PROTOCOLLI

Espressione matematica completamente priva di senso

Prova di matematica

Codice scuola NAPS02701G

Studente: 1129

Commissione: NAPS00131

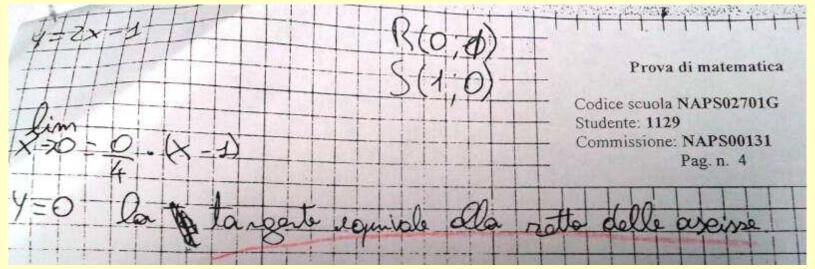
Pag. n. 4

La tangente è la retta delle ascisse, non ha alcun senso utilizzare la parola "equivale".



Problema 1 Compito di Ordinamento 2010

ANALISI DEI PROTOCOLLI

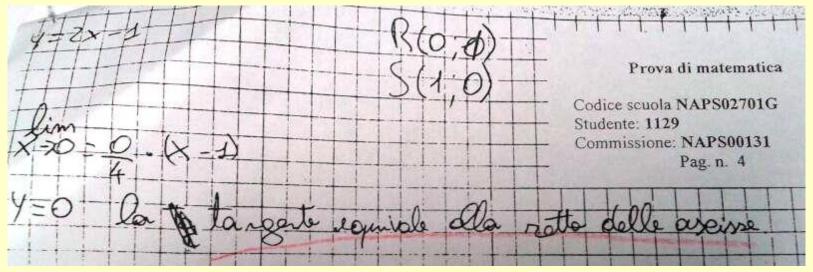


In matematica, si utilizza la parola equivale quando si hanno due oggetti diversi che dal punto di vista di una certa proprietà si comportano nello stesso modo; formalmente questo verbo in matematica è utilizzato quando si parla di *relazioni di equivalenza*.



Problema 1 Compito di Ordinamento 2010

ESIGENZA DI GIUSTIFICAZIONE FORMALE



Anche qui esigenza di giustificare il proprio operato attraverso il ricorso ad elementi, in questo caso di tipo linguistico, caratteristici del discorso matematico.

CONCLUSIONI

Le competenze trasversali (testuali, grammaticali e lessicali) interagiscono in profondità con l'attività matematica.

PRODUZIONE SCRITTA



Giorgio Bolondi

Dipartimento di Matematica giorgio.bolondi@unibo.it

www.unibo.it